

**A.1)** Ce sont bien des objets de dimensions micrométriques :  $\{H \sim 20 \mu\text{m} ; l \sim 15 \mu\text{m}\}$  pour la pointe à sa base (la finesse de l'extrémité est impressionnante) et  $\{e \sim 3 \mu\text{m} ; l \sim 70 \mu\text{m}\}$  pour le levier.

**A.2)** Cela semble être le **grossissement**, c'est-à-dire le rapport "angle sous lequel est vue l'image d'un objet" sur "angle sous lequel est vu l'objet". Un grossissement de 3000 serait une excellente performance pour un microscope optique, alors que c'est tout à fait modeste pour un microscope électronique.

**A.3)** Le phénomène de **diffraction** limite la précision des instruments optiques dès que la taille des objets est inférieure à  $100 \lambda$  environ. En optique,  $100 \lambda \sim 60 \mu\text{m}$ , c'est insuffisant !

**A.4-6)**  $\lambda = \frac{h}{p} = \frac{h}{\sqrt{2m\mathcal{E}_c}} = 1,8 \cdot 10^{-11} \text{ m}$  Le microscope électronique repousse la limite précédente.

**B.1)** Le module d'Young est homogène à une **pression**, son unité est  $N \cdot m^{-2}$  ou  $Pa$ .

**B.2 & 3)** A l'équilibre,  $\vec{F}_{ext} + \vec{F}_{ressort} = \vec{0} \Leftrightarrow \vec{F}_{ressort} = -\frac{Eae^3}{4L^3} z \vec{e}_z \rightarrow$  On reconnaît la force d'un ressort de longueur  $z$ , de longueur à vide nulle et de raideur  $k = \frac{Eae^3}{4L^3} = 20 \text{ N} \cdot \text{m}^{-1}$ .

**B.4 & 5)** Si on assimile le système à un point de masse  $m$ , la deuxième loi de Newton permet d'écrire :

$$\ddot{z} + \frac{\alpha}{m} \dot{z} + \frac{k}{m} z = \frac{F_m}{m} \cos(\omega t) \quad \frac{\omega_0}{Q} = \frac{\alpha}{m} = 2\gamma \Leftrightarrow Q = \frac{m\omega_0}{\alpha} = \frac{\sqrt{km}}{\alpha}$$

**B.6-8)**  $\underline{Z}_0 = \frac{A}{\omega_0^2 - \omega^2 + j\frac{\omega\omega_0}{Q}}$  ;  $|\underline{Z}_0| = \frac{A}{\sqrt{(\omega_0^2 - \omega^2)^2 + \frac{\omega^2\omega_0^2}{Q^2}}}$  ;  $|\underline{Z}_0|$  est maximal si  $(\omega_0^2 - \omega^2)^2 + \frac{\omega^2\omega_0^2}{Q^2}$  est minimal,

c'est-à-dire en  $\omega = \omega_r = \omega_0 \sqrt{1 - \frac{1}{2Q^2}}$  à condition que  $Q > \frac{\sqrt{2}}{2}$

**B.9)** En l'absence de résonance, la courbe décroît de façon **monotone** et  $\lim_{\omega \rightarrow 0} |\underline{Z}_0| = \frac{A}{\omega_0^2} = \frac{F_m}{k}$

**C.1 & 2)** On reprend la loi de Newton :  $\ddot{z} + \frac{\alpha}{m} \dot{z} + \frac{k}{m} z = \frac{F_{int}(z)}{m} + \frac{F_m}{m} \cos(\omega t)$

A l'équilibre (sans excitation !), on a  $kz_{\acute{e}q} = F_{int}(z_{\acute{e}q})$

Et à proximité de l'équilibre  $F_{int}(z) \sim F_{int}(z_{\acute{e}q}) + \left(\frac{dF_{int}}{dz}\right)_{z_{\acute{e}q}} (z - z_{\acute{e}q})$

Donc  $\ddot{z} + \frac{\alpha}{m} \dot{z} + \frac{k}{m} \left(1 - \frac{1}{k} \left(\frac{dF_{int}}{dz}\right)_{z_{\acute{e}q}}\right) (z - z_{\acute{e}q}) = \frac{F_m}{m} \cos(\omega t)$

**C.3-5)**  $d(z) = d_0 - z$  ;  $\frac{dF_{int}}{dz} = \frac{HR}{3(d(z))^3}$  ;  $\frac{1}{k} \left(\frac{dF_{int}}{dz}\right)_{d(z)=10^{-8} \text{ m}} = 2,3 \cdot 10^{-6} \rightarrow \frac{\omega_r - \Omega_r}{\omega_r} = \frac{\omega_0 - \Omega_0}{\omega_0} = 1,2 \cdot 10^{-6}$

En présence de l'interaction, la courbe présente un maximum légèrement décalé vers la gauche, la résonance s'est déplacée vers **les basses fréquences**.

D) Une force conservative est une force qui dérive d'une énergie potentielle :  $\vec{F} = -\frac{d\mathcal{E}_p}{dr} \vec{e}_r$

Son travail ne dépend pas de la trajectoire, il ne dépend que des états initial et final ( $W_{fc} = -\Delta\mathcal{E}_p$ )

Pour  $0 < r < r_m$ , la force est **répulsive** et pour  $r_m < r$ , la force est **attractive** (signe de  $\frac{d\mathcal{E}_p}{dr}$  !)

Pour libérer la pointe, il faut apporter au moins l'énergie  $\mathcal{E}_p^{min}$ , ainsi l'énergie mécanique sera positive (état libre).

E.1-3) Un dipôle est un doublet de charges opposées observé à grande distance. L'approximation dipolaire consiste à faire des développements limités **au premier ordre en  $\frac{a}{r}$** , avec  $a$  la dimension caractéristique des dipôles ( $\vec{P} = q\vec{a} = q\overline{NP}$ ) et  $r$  la distance entre les dipôles ( $r \gg a$ ).

Potentiel créé par un doublet : 
$$V(M) = \frac{q}{4\pi\epsilon_0} \left( \frac{1}{PM} - \frac{1}{NM} \right) = \frac{q}{4\pi\epsilon_0} \left( \frac{1}{\sqrt{r^2 - ar \cos \theta + (a/2)^2}} - \frac{1}{\sqrt{r^2 + ar \cos \theta + (a/2)^2}} \right)$$

Remarque : l'énoncé confond "dipôle" et "doublet".

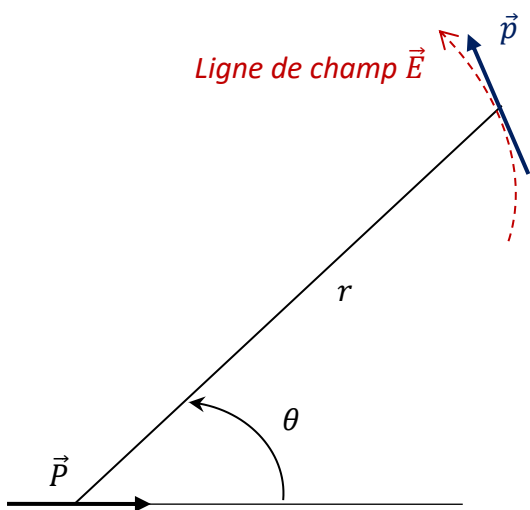
E.4 & 5) Approximation dipolaire : 
$$\frac{1}{\sqrt{r^2 \mp ar \cos \theta + (a/2)^2}} = \frac{\left(1 \mp \frac{a}{r} \cos \theta + (a/2r)^2\right)^{-\frac{1}{2}}}{r} \sim \frac{1 \pm \frac{a}{2r} \cos \theta}{r}$$

Finalement,  $V(M) \sim \frac{qa \cos \theta}{4\pi\epsilon_0 r^2} = \frac{\vec{P} \cdot \vec{e}_r}{4\pi\epsilon_0 r^2}$  et  $\vec{E} = \frac{P}{4\pi\epsilon_0 r^3} (2 \cos \theta \vec{e}_r + \sin \theta \vec{e}_\theta)$

E.6 & 7) L'énergie potentielle d'un dipôle  $\vec{p}$  dans un champ  $\vec{E}$  est  $\mathcal{E}_p = U_{d-d} = -\vec{p} \cdot \vec{E} = -\alpha E^2 = -\frac{C(\theta)}{r^6}$

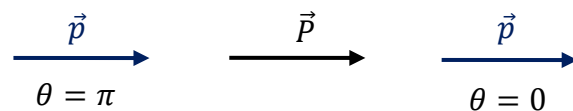
Avec  $C(\theta) = \alpha \left(\frac{P}{4\pi\epsilon_0}\right)^2 (1 + 3 \cos^2 \theta)$  dépendant de la direction des deux dipôles.

A  $r$  fixé, l'énergie potentielle est minimale pour  $\theta = 0$  ou  $\pi$

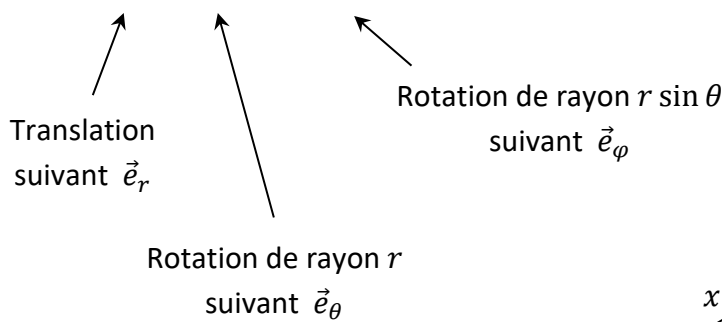


Du point de vue de l'alignement de  $\vec{p}$  avec une ligne de champ  $\vec{E}$ , la situation est stable.

Mais du point de vue de  $\theta$ , les équilibres les plus stables sont ceux-ci :



F.1)  $dV = dr \ r d\theta \ r \sin \theta \ d\varphi$



F.2) **A r donné**, le demi-espace occupé par les dipôles correspond à  $0 \leq \theta \leq \arcsin\left(\frac{d}{r}\right)$ , au-delà on entre dans l'autre demi-espace.

F.3)  $U_{d-e} = -2\pi\rho_0 C \int_d^{+\infty} \frac{1}{r^4} \left(-\frac{d}{r} + 1\right) dr = -2\pi\rho_0 C \left[\frac{d}{4r^4} - \frac{1}{3r^3}\right]_d^{+\infty} = -\frac{\pi\rho_0 C}{6d^3}$

G.1)  $[u_{e-e}] = [U_{d-e}] \cdot [\rho_1] \cdot L = [U_{d-e}] \cdot L^{-2}$

G.2-4)  $R_2 \rightarrow +\infty \Rightarrow \lambda = \frac{1}{2R} \Rightarrow E = \iint u_{e-e} dS = \int_0^{2\pi} d\varphi \int_0^{+\infty} u_{e-e} r dr = 2\pi R \int_d^{+\infty} u_{e-e} dh$

Car  $dh = 2\lambda r dr$

Attention, erreur (classique) d'énoncé ! L'angle  $\theta$  de cette question est en fait l'angle  $\varphi$

G.5)  $\vec{F}_{int} = 2\pi R u_{e-e} \vec{e}_z$

H.1 & 2)  $\frac{d^2\varphi}{dx^2} + \frac{2m}{\hbar^2} (\mathcal{E} - V(x))\varphi(x) = 0 \quad k_I = \sqrt{\frac{2m\mathcal{E}}{\hbar^2}} \quad \text{Et} \quad k_{II} = \sqrt{\frac{2m|\mathcal{E}-V_0|}{\hbar^2}}$

H.3) Si  $\mathcal{E} > V_0$ , La fonction d'onde se propage dans le milieu II :  $\Psi_{II} = \Psi_0 e^{i(k_{II} x - \frac{\mathcal{E}}{\hbar} t)}$

La particule peut franchir la marche.

Si  $\mathcal{E} < V_0$ , La fonction d'onde ne se propage pas dans le milieu II :  $\Psi_{II} = \Psi_0 e^{-i\frac{\mathcal{E}}{\hbar} t} e^{-k_{II} x}$  (évanescence)

La particule ne franchit pas la marche mais sa probabilité de présence en  $x = 0^+$  n'est pas nulle.

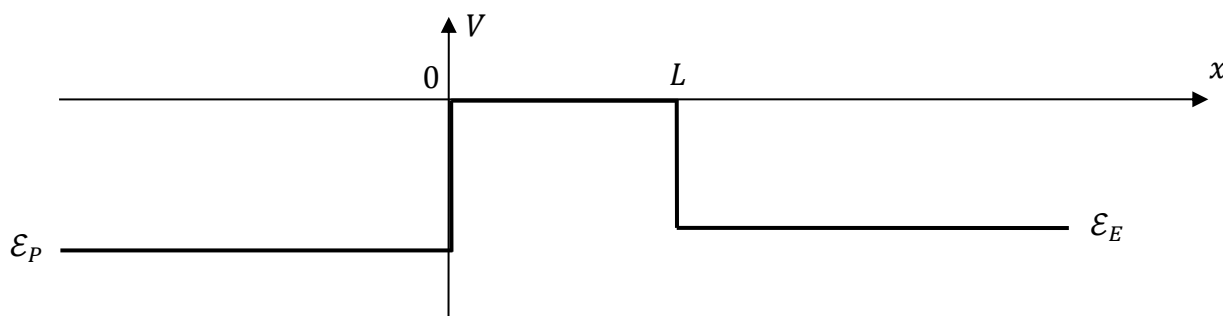
H.4)  $q = \sqrt{\frac{2m|\mathcal{E}-V_0|}{\hbar^2}}$

H.5) La fonction  $\varphi_{III}(x)$  est ainsi car **le potentiel est nul** ( $k = \sqrt{\frac{2m\mathcal{E}}{\hbar^2}}$ ) et il n'y a **pas de réflexion** en  $+\infty$ .

H.6)  $q = \frac{1}{2\delta} \gg \frac{1}{L} \Leftrightarrow 2\delta \ll L$  : La distance entre la pointe et la surface est bien plus grande que la distance caractéristique d'atténuation de l'onde évanescente dans la barrière ( $\Psi_{II} = \Psi_0 e^{-i\frac{\mathcal{E}}{\hbar} t} e^{-\frac{x}{2\delta}}$ )

H.7) C'est la **probabilité de transmission** de la particule à travers la barrière.

I.1) il faut comprendre que les énergies  $\mathcal{E}_P$  et  $\mathcal{E}_E$  sont les potentiels de part et d'autre de la barrière :




I.2) Le courant tunnel est proportionnel à  $|T|^2$ , sa mesure permet **d'accéder à L**, donc à l'état de surface.

En général, on déplace la pointe au-dessus de l'échantillon (horizontalement et **verticalement**) afin de maintenir le courant constant ( $L$  constante). Ainsi, sa trajectoire reproduit la topographie de l'échantillon.

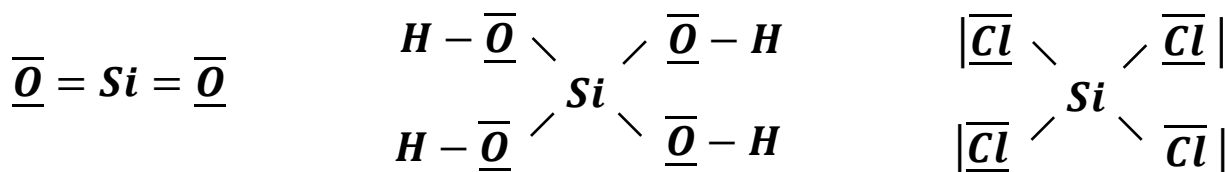
I.3 & 4) Un filtre **passé-bas** de pulsation de coupure  $\omega_c \ll \omega$  permettra d'isoler le terme en question.

Une cellule **RC** du premier ordre conviendrait, plusieurs cellules en cascade seraient plus efficaces.

J.1)   $1s^2 2s^2 2p^6 3s^2 3p^2$  (En gras, les électrons de valence)

J.2) Il se trouve à la **troisième** période et dans la **quatorzième** colonne juste au-dessous du **carbone**. Le silicium est **le moins** électronégatif car les électrons de cœur, plus nombreux, font davantage écran.

J.3) Le nombre d'oxydation est **IV** dans tous les cas.



K.1 & 2) Les **8** sites tétraédriques correspondent aux positions **28 à 31** et **38 à 41**.

Les **4** sites octaédriques correspondent aux positions à nombre **pair** de **2 à 26**. Ils sont tous partagés par quatre mailles sauf le numéro 14 qui lui, appartient totalement à la maille ( $12 * \frac{1}{4} + 1 = 4$ ).

K.3) **8** : La population d'une maille cfc est  $8 * \frac{1}{8} + 6 * \frac{1}{2} = 4$ , à laquelle on ajoute **4** sites  $T$  occupés. La coordinence est **4** (environnement d'un site tétraédrique).

K.4) Il y a contact sur la diagonale des petits cubes autour des sites  $T$  :  $2r(\text{Si}) = \frac{a\sqrt{3}}{4}$

K.5 & 6)  $\mu = \frac{8M_{\text{Si}}}{a^3 N_A} = \frac{3\sqrt{3}M_{\text{Si}}}{64r^3(\text{Si})N_A} \rightarrow r(\text{Si}) = 118 \text{ pm}$   $C = \frac{32\pi r^3(\text{Si})}{3a^3} = \frac{\pi\sqrt{3}}{16} = 0,34$  **Très peu compacte**

K.7) Le silicium est un cristal **covalent**. Les atomes sont reliés par des liaisons covalentes très fortes.

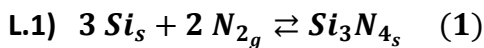
K.8) Ce phénomène est le **polymorphisme**. A ne pas confondre avec l'allotropie qui ne concerne que les corps simples (graphite - diamant).

**K.9)** C'est cohérent, en effet  $\frac{1}{8} * 8 + \frac{1}{2} * 4 = 3$  ions  $Si^{4+}$

**K.10)** Soit  $r_T$  le rayon maximal d'un ion pouvant occuper un site tétraédrique sans déformer la maille cfc de côté  $a$  :  $r_T + r_{N^{3-}} = \frac{a\sqrt{3}}{4}$  et  $2r_{N^{3-}} = \frac{a\sqrt{2}}{2} \rightarrow r_T = \left(\sqrt{\frac{3}{2}} - 1\right) r_{N^{3-}} = 31,5 \text{ pm}$

Dans un site tétraédrique, la coordinence de  $Si^{4+}$  est 4, il y a cohérence car  $r_{Si^{4+}} = 27 \text{ pm} < r_T$

**K.11)** La liaison ionique est **forte**, la pointe en nitrure de silicium sera **résistante** aux impacts et aux chocs. De plus, les électrons restent localisés sur les ions, ils ne sont pas partagés, encore moins libres. Le nitrure de silicium est un bon isolant électrique.



**L.2)** Ces enthalpies standards de formation sont **nulles** car ce sont deux **corps simples** pris dans leur état de standard de référence. Ainsi,  $\Delta_r H_1^0 = -744 \text{ kJ} \cdot \text{mol}^{-1}$ .

**L.3-5)**  $\Delta_r S_1^0 = -331 \text{ J} \cdot \text{K}^{-1} \cdot \text{mol}^{-1}$  ;  $\Delta_r G_1^0(298 \text{ K}) = -645 \text{ kJ} \cdot \text{mol}^{-1}$  ;  $K_1(298 \text{ K}) = e^{260} \gg 1$

La réaction est **totale**.

**L.6)**  $\Delta_r H_1^0 + C_{p,m, Si_3N_{4s}}^0 (T_f - 298) = 0 \Leftrightarrow T_f > 8.10^3 \text{ K}$  : Ainsi fond fond fond, l'enceinte n'existe plus !

**L.7)**  $3 Si_s + 2 N_{2g} \rightleftharpoons Si_3N_{4s}$   $\Delta_r H_1^0 + \left(C_{p,m, Si_3N_{4s}}^0 + 18C_{p,m, N_{2g}}^0\right) (T_f - 298) = 0 \Leftrightarrow T_f^r = 1,54.10^3 \text{ K}$

$$\begin{array}{ccc} 3 & 20 & 0 \end{array}$$

$$\begin{array}{ccc} 0 & 18 & 1 \end{array}$$