CCS 2 2021

1) Le plutonium se situe à la **7ème période** (ligne) et occupe la **6ème** place dans le **bloc f** (Actinides).
Il possède (au maximum) $\mathbf{8}$ électrons de valence $(5f^6 7s^2)$.

2) Les **six** électrons de la sous-couche $\mathbf{5f}$ sont célibataires. Par exemple, l'un d'entre eux est caractérisé par le quadruplet $\{n = 5\,;\, l = 3\,;\ m_l = 0\,;\ m_s = 1/2\}$ constitué respectivement des nombres quantiques principal, azimutal, magnétique et magnétique de spin.

3) Les deux structures sont de type cfc ($\mathbf{4}$ entités par maille). Dans la structure A, les $\mathbf{8}$ sites tétraédriques sont occupés alors que dans la structure B, les $\mathbf{4}$ sites octaédriques sont occupés.
L'électroneutralité impose la structure $\boldsymbol{A}$ pour $\boldsymbol{PuO_2}$ avec $\mathbf{4}$ motifs par maille.

4) La coordinence de O^{2-} est $\mathbf{4}$ alors que celle de Pu^{4+} vaut $\mathbf{8}$.

5) En notant a le paramètre de la maille, on a $\rho = \frac{4M_{Pu}+8M_O}{\mathcal{N}_A a^3}$ avec $R(O^{2-}) + R(Pu^{4+}) = \frac{a\sqrt{3}}{4}$
On obtient $a = 542\ pm\ \rightarrow\ R(Pu^{4+}) = \boldsymbol{94,8\ pm}$
Il semblerait que la tangence ne soit pas parfaite et/ou que les interactions déforment quelque peu les nuages électroniques. De façon générale, la définition du rayon ionique est hasardeuse …

6) $C = \frac{4\pi\left(4R^3(Pu^{4+})+8R^3(O^{2-})\right)}{3a^3} = \mathbf{0,67}$ Valeur assez élevée, proche du maximum 0,74 en l'occurrence.

7) $\boldsymbol{\log K = -\frac{\Delta_r H^0}{R\ln 10}\frac{1}{T} + \frac{\Delta_r S^0}{R\ln 10}}$
La pente de la droite en échelle semi log vaut $\boldsymbol{-6,2.10^3\ K}$, on en déduit $\boldsymbol{\Delta_r H^0 = 1,2.10^5\ J.mol^{-1}}$
Son ordonnée à l'origine est estimée à $\mathbf{6,0}$, on en déduit $\boldsymbol{\Delta_r S^0 = 1,1.10^2\ J.K^{-1}.mol^{-1}}$
La réaction est **endothermique** et **produit du gaz** donc $\boldsymbol{\Delta_r S^0 > 0}$

8) $\Delta_r G = RT\ln\left(\frac{Q}{K}\right) = RT\ln\left(\frac{P}{P_{éq}}\right) > 0$ Le sens **indirect** $\leftarrow$ est favorisé $\left(Q = \frac{n_{H_2}\, n_S\, P}{n_E\, n_{total}\, P^0}\right)$

9) La loi de de Van 't Hoff $\frac{d\ln K}{dT} = \frac{\Delta_r H^0}{RT^2} > 0$ indique que $K(T)$ est croissante, le sens **direct** $\rightarrow$ est favorisé

10) Le choix d'une température relativement élevée se justifie d'un point de vue de la **thermodynamique** (avancement de la réaction) et de la **cinétique** (rapidité de la réaction).
Le **coût** d'un tel choix limite évidemment la valeur de T et donc une catalyse sera toujours la bienvenue.
Travailler sous une pression atmosphérique est à la fois un choix thermodynamique et économique.

Par contre, l'excès d'eau (gaz inerte) à volume constant ne présente pas d'intérêt du point de vue de l'avancement ($Q = \frac{n_{H_2}\, n_S\, RT}{n_E\, VP^0}$ indifférent à n_{eau}) alors qu'il favoriserait la réaction à pression constante ($Q = \frac{n_{H_2}\, n_S\, P}{n_E\, n_{total}\, P^0}$ diminue avec n_{eau}) …

11 & 12) $H^+_{rés} + Na^+_{aq} = H^+_{aq} + Na^+_{rés}$ $HO^-_{aq} + H^+_{aq} \rightarrow H_2O$

13) On prélève la solution de volume V_0 à l'aide d'une **pipette jaugée** puis on la verse dans un **bécher**.
On place la solution d'acide chlorhydrique dans une **burette graduée**. Au cours du dosage, on mesure le pH grâce à une **électrode de verre** (capteur **3**). Les capteurs 1, 2 et 4 sont respectivement une sonde **conductimétrique**, une électrode au **calomel saturé** de potentiel constant et une électrode de **platine** (métal inerte) permettant la mesure d'un potentiel de solution.

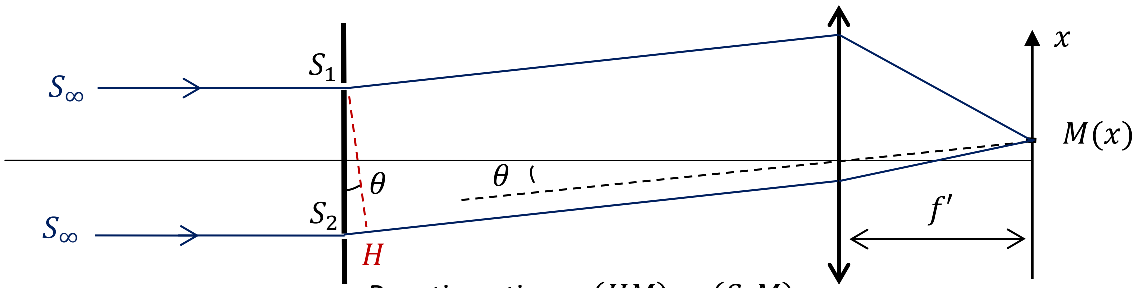
14) A l'équivalence, on a $n_{HO^-r\,dans\,V_0} = C_1 V_{éq} \;\rightarrow\; n_{HO^-r} = \mathbf{2C_1V_{éq} = 1,3\;mmol}$

15) On évalue l'incertitude à l'aide d'un raisonnement **probabiliste** (type **B**) s'appuyant sur des données constructeurs (tolérance) et des incertitudes de lecture (ménisque, goutte …) : $u = \sqrt{u_{const}^2 + u_{lect}^2}$
Comme sources d'incertitudes, on pense à l'incertitude sur le volume prélevé V_0 (constructeur) et à celle concernant le volume versé à l'équivalence $V_{éq}$ (lecture).

16) $n_{HO^-r} = 1{,}34\;mmol \pm \mathbf{0,02\;mmol}$ (Intervalle de confiance de 95 %)
[A cette question, nous sommes obligés d'accepter 3 chiffres significatifs … On peut retrouver l'incertitude-type donnée : $u(n_{HO^-r}) = n_{HO^-r}\sqrt{\frac{u_{const}^2(V_0)}{V_0^2} + \frac{u_{lect}^2(V_{éq})}{V_{éq}^2}} = n_{HO^-r}\sqrt{2\left(\frac{0{,}1}{50}\right)^2 + \left(\frac{0{,}05}{6{,}7}\right)^2} = 1.10^{-5}\;mol$]

17) $CE = \frac{\boldsymbol{CV - n_{HO^-r}}}{\boldsymbol{m}} = \mathbf{2,4\;mol.kg^{-1}}$

18) $\delta(M) = (S_\infty M)_2 - (S_\infty M)_1 = S_\infty S_2 + S_2H + (HM) - S_\infty S_1 - (S_1M) = S_2H = a\sin\theta \sim \frac{\boldsymbol{ax}}{\boldsymbol{f'}}$



Par stigmatisme $(HM) = (S_1M)$

19) $I(M) = \frac{n}{2\mu_0 c}\underline{E}\,\underline{E}^* = \frac{n}{2\mu_0 c}(\underline{E}_1 + \underline{E}_2)(\underline{E}_1^* + \underline{E}_2^*) = 2\left(I_0 + \mathcal{R}e(\underline{E}_1\,\underline{E}_2^*)\right) = \mathbf{2I_0(1 + \cos\Delta\Phi(M))}$
Avec $\underline{E}_k(M,t) = E_0 e^{i\,\Phi_k(M,t)}$, $I_0 = \frac{nE_0^2}{2\mu_0 c}$ et $\Delta\Phi(M) = \Phi_1(M,t) - \Phi_2(M,t) = \frac{2\pi}{\lambda}\delta(M)$

20) L'interfrange est $\frac{f'\lambda}{a} = \mathbf{1,0\;mm}$

21) L'écart entre deux franges brillantes d'ordre p est $\Delta x = \frac{f'\Delta\lambda}{a}p$. Un ordre $\boldsymbol{p} = \mathbf{12500}$ est nécessaire pour que Δx soit égal à un demi interfrange : C'est hors de portée d'un dispositif à trous d'Young.

Mais le problème n'est pas là, il est en amont ! Lors d'interférences à deux ondes, le critère de Rayleigh n'est pas adapté car l'évolution de $I(M)$ n'est pas assez vive (la largeur d'un pic est égale à l'interfrange !). Ainsi, lorsque la condition de Rayleigh est vérifiée, l'éclairement est **uniforme** (brouillage, anti coïncidence)

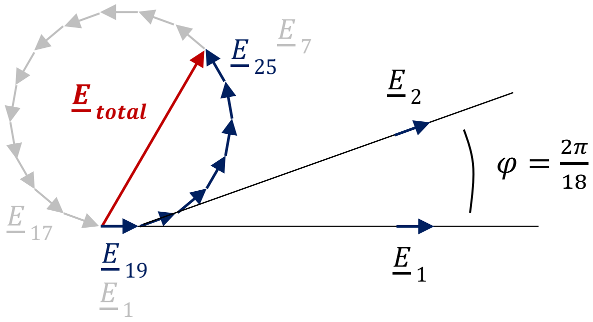
Seule une méthode basée sur la périodicité du brouillage avec un interféromètre de Michelson permettrait de mesurer (sans l'observer) l'écart $\Delta\lambda$ à condition d'atteindre les ordres $12500, 25000, 37500$ …

Les franges seront affinées avec un interféromètre à N ondes, leur demi largeur sera divisée par N.

22-23) $\Delta\Phi(\theta) = \varphi(\theta) = \frac{2\pi}{\lambda} a \sin\theta$ $\underline{E}_{total} = \underline{E}_1 + \underline{E}_2 + \cdots + \underline{E}_N = \underline{E}_1\left(1 + e^{i\varphi} + \cdots + e^{(N-1)i\varphi}\right)$

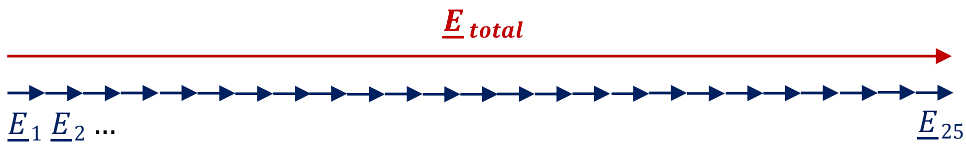
En représentation de Fresnel, φ correspond à l'angle entre $\underline{E}_1$ et $\underline{E}_2$, entre $\underline{E}_2$ et $\underline{E}_3$ … entre $\underline{E}_k$ et $\underline{E}_{k+1}$

Prenons par exemple $N = 25$ et dessinons la situation correspondante à un déphasage φ quelconque $\left(\frac{2\pi}{18}\right)$



Dans ce cas, les vecteurs $\underline{E}_i$ tournent en rond, leur somme est de norme modeste, l'intensité est faible.

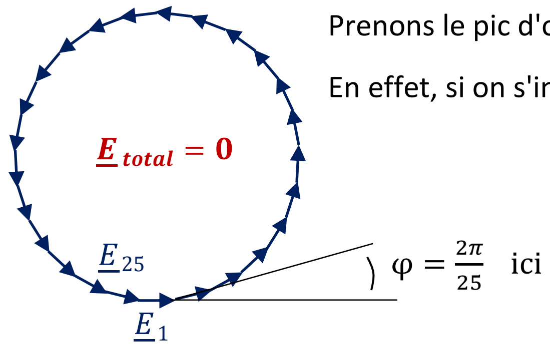
L'intensité est maximale si les champs sont alignés, en phase ($\varphi = 2p\pi$). Par exemple en $\boldsymbol{\theta_1} = \mathbf{arcsin}\left(\frac{\boldsymbol{\lambda}}{\boldsymbol{a}}\right)$



24) Avec 1800 ouvertures par millimètre, $a = 0{,}5556\ \mu m$ $\rightarrow$ $\boldsymbol{\theta_1} = \mathbf{arcsin}\left(\frac{\boldsymbol{\lambda}}{\boldsymbol{a}}\right) = \mathbf{1,117}\ \boldsymbol{rad}$ $(\sim 64°)$

L'approximation de gauss n'est plus valable, la lentille de projection n'est plus un système stigmatique.

25) L'intensité est nulle si les N champs mis bout à bout décrivent un cercle $\left(\boldsymbol{\varphi} = \frac{\mathbf{2}\boldsymbol{\pi}}{\boldsymbol{N}} + \mathbf{2}\boldsymbol{p\pi}\right)$.



Prenons le pic d'ordre 0, $\Delta\varphi = \frac{2\pi}{N} - 0 = \frac{\mathbf{2}\boldsymbol{\pi}}{\boldsymbol{N}}$ Tous les pics ont la même largeur.

En effet, si on s'intéresse au pic d'ordre 1, $\Delta\varphi = \left(\frac{2\pi}{N} + 2\pi\right) - 2\pi = \frac{\mathbf{2}\boldsymbol{\pi}}{\boldsymbol{N}}$

$$\Delta\theta = \arcsin\left(\left(1 + \frac{1}{N}\right)\frac{\lambda}{a}\right) - \arcsin\left(\frac{\lambda}{a}\right) = \mathbf{2.10^{-5}}\ \boldsymbol{rad}$$

Avec $N = 1800 * 50 = 9.10^4$

26 & 27) $\sin\theta_1' = \sin\left(\theta_1 + (\theta_1' - \theta_1)\right) \sim \sin\theta_1 + (\theta_1' - \theta_1)\cos\theta_1$ $\rightarrow$ $\lambda' = \lambda + a(\theta_1' - \theta_1)\cos\theta_1$

La condition $\theta_1' - \theta_1 > \Delta\theta$ revient à $\boldsymbol{\lambda' - \lambda > a\cos\theta_1\,\Delta\theta}$ $\rightarrow$ $\boldsymbol{\lambda' - \lambda > 5\ pm}$

La valeur inférieure à 20 pm peut s'expliquer par l'utilisation d'une longueur d'onde plus grande et une largeur l plus faible en pratique …

28) Les deux équations intrinsèques de structure ont pour formulation intégrale $\oiint \vec{\boldsymbol{B}}.\boldsymbol{d}\vec{\boldsymbol{S}}_{\boldsymbol{ext}} = \mathbf{0}$ (le champ magnétique est à flux conservatif) et $\boldsymbol{e} = \oint_{\mathcal{C}} \vec{\boldsymbol{E}}\ .\boldsymbol{d}\vec{\boldsymbol{l}} = -\frac{\boldsymbol{\partial}}{\boldsymbol{\partial t}}\iint_{\mathcal{S}\ s'appuyant\ sur\ \mathcal{C}} \vec{\boldsymbol{B}}\ .\boldsymbol{d}\vec{\boldsymbol{S}}$ (loi de Faraday)

Les deux équations de liaison aux sources ont pour formulation intégrale $\oiint \vec{\boldsymbol{E}}.\boldsymbol{d}\vec{\boldsymbol{S}}_{\boldsymbol{ext}} = \frac{\boldsymbol{Q_{int}}}{\boldsymbol{\varepsilon_0}}$ (théorème de Gauss) et $\oint_{\mathcal{C}} \vec{\boldsymbol{B}}.\boldsymbol{d}\vec{\boldsymbol{l}} = \boldsymbol{\mu_0 I_{par\ \mathcal{C}}^{enlacé}}$ (théorème d'Ampère) avec $\boldsymbol{I_{par\ \mathcal{C}}^{enlacé}} = \iint_{\mathcal{S}\ s'appuyant\ sur\ \mathcal{C}} \vec{\boldsymbol{j}}.\boldsymbol{d}\vec{\boldsymbol{S}}$

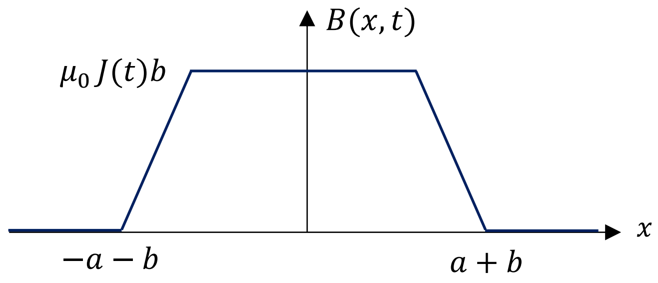
29) La distribution est invariante par translation selon $\vec{e}_y$ et $\vec{e}_z$, la norme de $\vec{B}_g$ ne dépend que de x .
Le plan $(M, \vec{e}_x, \vec{e}_y)$ est un plan de symétrie pour la distribution $\rightarrow$ $\boldsymbol{\vec{B}_g(x,t) = B_g(x,t)\,\vec{e}_z}$
Le plan $x = -a - \frac{b}{2}$ est aussi un plan de symétrie pour la distribution, le champ $\vec{B}_g$ y est nul.

D'après la loi de Maxwell-Ampère, $\frac{\partial B_g}{\partial x} = \mu_0 J(t)$ à l'intérieur de la nappe et $\frac{\partial B_g}{\partial x} = 0$ à l'extérieur.
On en déduit que $\boldsymbol{\vec{B}_g = \mu_0 J(t)\left(x + a + \frac{b}{2}\right)\vec{e}_z}$ à l'intérieur et $\boldsymbol{\vec{B}_g = \pm\,\mu_0 J(t)\frac{b}{2}\,\vec{e}_z}$ à l'extérieur
(+ côté plasma) après avoir déterminé les constantes par continuité.

[On aurait pu appliquer le théorème d'Ampère le long d'un rectangle perpendiculaire à $\vec{e}_y$ comme dans l'exercice B du TD Magnétostatique]

30) On superpose le champ précédent avec celui produit par la lame de droite :
$\vec{B}_d = -\mu_0 J(t)\left(x - a - \frac{b}{2}\right)\vec{e}_z$ à l'intérieur et $\vec{B}_d = \pm\,\mu_0 J(t)\frac{b}{2}\,\vec{e}_z$ à l'extérieur (+ côté plasma)

	$x \leq -a-b$	$-a-b \leq x \leq -a$	$-a \leq x \leq a$	$a \leq x \leq a+b$	$a+b \leq x$
$B_g(x,t)$	$-\mu_0 J(t)\frac{b}{2}$	$\mu_0 J(t)\left(x+a+\frac{b}{2}\right)$	$\mu_0 J(t)\frac{b}{2}$	$\mu_0 J(t)\frac{b}{2}$	$\mu_0 J(t)\frac{b}{2}$
$B_d(x,t)$	$\mu_0 J(t)\frac{b}{2}$	$\mu_0 J(t)\frac{b}{2}$	$\mu_0 J(t)\frac{b}{2}$	$-\mu_0 J(t)\left(x-a-\frac{b}{2}\right)$	$-\mu_0 J(t)\frac{b}{2}$
$\boldsymbol{B(x,t)}$	$\boldsymbol{0}$	$\boldsymbol{\mu_0 J(t)(x+a+b)}$	$\boldsymbol{\mu_0 J(t) b}$	$\boldsymbol{-\mu_0 J(t)(x-a-b)}$	$\boldsymbol{0}$



31) Le champ magnétique dans le plasma **dépend du temps**, il existe donc un champ électrique induit.
Le plan $(M, \vec{e}_x, \vec{e}_z)$ est un plan d'antisymétrie pour la distribution $\rightarrow$ $\boldsymbol{\vec{E}(x,t) = E(x,t)\,\vec{e}_y}$
Le plan $x = 0$ est aussi un plan d'antisymétrie pour la distribution $\rightarrow$ $E(x,t)$ est **impaire** selon x

32) Au courant $J(t)$ se superpose un courant **induit de même sens** (issu de $\vec{E}$).
Les considérations d'invariance et de symétrie précédentes (Q 29) sont toujours d'actualité.
Le plan $x = 0$ est un plan de symétrie pour $\vec{B}$ $\rightarrow$ $B(x,t)$ est **paire** selon x

33) D'après la loi de Maxwell-Faraday $\boldsymbol{\frac{\partial E}{\partial x} = -\frac{\partial B}{\partial t}}$ et d'après la loi de Maxwell-Ampère $\boldsymbol{-\frac{\partial B}{\partial x} = \mu_0 j}$

34) En dérivant la première relation par rapport à x et la deuxième par rapport à t , on obtient l'équation
$\frac{\partial^2 E}{\partial x^2} - \frac{\mu_0 n e^2}{m} E = 0$ $\rightarrow$ $\lambda = \sqrt{\frac{m}{\mu_0 n e^2}} = c\sqrt{\frac{m\varepsilon_0}{ne^2}} = \boldsymbol{\frac{c}{\omega_p}}$ Avec $\omega_p = \sqrt{\frac{ne^2}{m\varepsilon_0}}$ (Pulsation plasma) $\rightarrow$ $\boldsymbol{[\lambda] = L}$

35) $E(x,t) = \mathbf{sh}\left(\frac{x}{\lambda}\right) E_0(t)$ $\rightarrow$ $\frac{\partial E}{\partial x} = \frac{1}{\lambda}\mathbf{ch}\left(\frac{x}{\lambda}\right) E_0(t)$ $\rightarrow$ $B(x,t) = \frac{1}{\mathrm{ch}\left(\frac{a}{\lambda}\right)}\mathbf{ch}\left(\frac{x}{\lambda}\right) B_0(t)$

36) $E(x,t) = -\boldsymbol{\frac{\lambda}{\mathrm{ch}\left(\frac{a}{\lambda}\right)}\frac{dB_0}{dt}\,\mathrm{sh}\left(\frac{x}{\lambda}\right)}$ et $j(x,t) = -\boldsymbol{\frac{1}{\mu_0\,\lambda\,\mathrm{ch}\left(\frac{a}{\lambda}\right)}\mathrm{sh}\left(\frac{x}{\lambda}\right) B_0(t)}$

37) $\langle P_{vol} \rangle = \langle \vec{\boldsymbol{J}} . \vec{\boldsymbol{E}} \rangle = \frac{1}{\mu_0 \operatorname{ch}^2\left(\frac{a}{\lambda}\right)} \operatorname{sh}^2\left(\frac{x}{\lambda}\right) \langle \frac{d}{dt}\left(\frac{B_0^2}{2}\right) \rangle = \mathbf{0}$ Par périodicité

Ce modèle n'est pas acceptable car expérimentalement on constate que l'entretien du plasma par le bobinage est indispensable. Ce modèle sans collision était voué à l'échec dès son introduction …

38 & 39) $\overrightarrow{rot}\, \overrightarrow{rot}\, \vec{B} = -\vec{\Delta}\vec{B} \;\rightarrow\; \boldsymbol{\mu_0 \sigma \frac{\partial B}{\partial t} = \frac{\partial^2 B}{\partial x^2}} \;\rightarrow\; [\mu_0 \sigma] = T.L^{-2} \;\rightarrow\; [\boldsymbol{\delta}] = \boldsymbol{L}$

40) $\underline{f}'' - \frac{2i}{\delta^2}\underline{f} = 0 \;\rightarrow\; \underline{f}(x) = A \exp\left(\frac{1+i}{\delta} x\right) + B \exp\left(-\frac{1+i}{\delta} x\right) = \frac{\boldsymbol{f_0}}{\mathbf{ch}\left(\frac{\mathbf{1+i}}{\boldsymbol{\delta}} \boldsymbol{a}\right)} \mathbf{ch}\left(\frac{\mathbf{1+i}}{\boldsymbol{\delta}} \boldsymbol{x}\right)$ Par parité

41) Plus la pulsation est grande, plus l'évolution spatiale est rapide. La puissance moyenne est dorénavant **non nulle** pour $|x| \geq \frac{a}{4}$ (conforme à la photo). Numériquement, on a $\delta \sim 5\, mm \;\rightarrow\; \frac{a}{\delta} \sim 2$