CCS 1 2022

1 & 2) $\vec{j}_Q = -\lambda\,\overrightarrow{grad}\,T$ On applique le premier principe à la tranche en régime stationnaire $\left(\frac{dU}{dt} = 0\right)$

$$\rightarrow \pi a^2 \left(j_Q(x) - j_Q(x+dx)\right) - 2\pi a dx h_r (T(x) - T_a) = 0 \rightarrow \boldsymbol{\frac{d^2T}{dx^2} - \frac{2h_r}{\lambda a}(T(x) - T_a) = 0}$$

3) Les unités respectives de λ et h_r sont $W.K^{-1}.m^{-1}$ et $W.K^{-1}.m^{-2}$ $\rightarrow [\delta] = L$ $\boldsymbol{\delta = 1{,}6\ cm}$

4) $\boldsymbol{T(0) = T_d}$ et $j_Q(b) = j_{cc}(b) \rightarrow \boldsymbol{-\lambda\left(\frac{dT}{dx}\right)_{x=b} = h(T(b) - T_a)}$ **Si $b \gg \delta$, alors $T(b) \sim T_a$**

5) $T(x) - T_a = A\exp\left(\frac{x}{\delta}\right) + B\exp\left(-\frac{x}{\delta}\right)$ Avec $A + B = T_d - T_a$

Comme $b \gg \delta$ alors $A \sim 0$ et finalement $\boldsymbol{T(x) - T_a = (T_d - T_a)\exp\left(-\frac{x}{\delta}\right)}$

Ceci est confirmé par les courbes correspondant à $b/\delta = 5$ ou 10, on retrouve alors $T(b) \sim T_a$.

(Voir l'exercice A du TD Transferts thermiques pour une résolution plus précise)

6) Si $b \ll \delta$, on remarque que $T(x) \sim T_d$. Le phénomène conducto convectif prend le dessus et comme celui-ci est indépendant de la nature du solide : $\mathcal{P} \sim h_r \pi a^2 (T_d - T_a) \rightarrow \boldsymbol{R_{th} = \frac{1}{h_r \pi a^2} \sim 10^3\ K.W^{-1}}$

7) $\mathcal{P} = -\pi a^2 \lambda \left(\frac{dT}{dx}\right)_{x=0} = \frac{\pi a^2 \lambda}{\delta}(T_d - T_a) \rightarrow \boldsymbol{R_{th} = \frac{\delta}{\pi a^2 \lambda} \sim 34\ K.W^{-1}}$

8) L'aluminium est **meilleur conducteur**, pour un **encombrement moindre** $(b = \delta = 2\ cm)$ on atteint la même valeur de résistance thermique $(R_{th} \sim 34\ K.W^{-1})$. Les ailettes sont montées en parallèle donc $\mathcal{P}_{totale} = (T_d - T_a)\frac{N}{R_{th}} \rightarrow N_{min} = R_{th}\mathcal{P}_{totale}/\left(T_{d,max} - T_a\right) \sim \boldsymbol{200}$ Valeur assez conséquente

9) $e = Q/W \rightarrow W_{jour} = 33\ kW.h \rightarrow W_{an} = 12.10^3\ kW.h$ Le coût s'élève à **deux mille euros**

10) $\rho_{air} = \boldsymbol{\frac{PM_{air}}{RT_{max}} = 1{,}1\ kg.m^{-3}} \rightarrow D_m = \rho_{air} D_v = \boldsymbol{0{,}26\ kg.s^{-1}}$

11) La puissance thermique $\mathcal{P}_{th}$ dégagée par les serveurs vaut environ $4\ kW$. Si cette même puissance est évacuée par le système de free-cooling, on obtient grâce au premier principe appliqué à l'air en écoulement stationnaire : $D_m c_p \Delta T = \mathcal{P}_{th} \rightarrow \boldsymbol{\Delta T = 15\ K}$

Si la température extérieure est supérieure à 20 $°C$, le système ne permet pas de maintenir la température de la salle à une température inférieure ou égale à T_{max} . A quelques jours près, le système de free-cooling est fonctionnel 75 % du temps (toutes les nuits et la journée de novembre à avril).

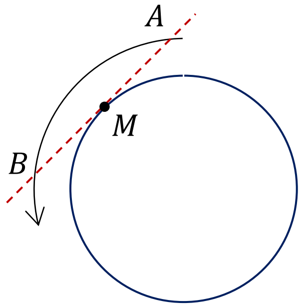
Le coût s'élève à présent à $0{,}25 * 2.10^3 + 0{,}75 * 24 * 365 * 60.10^{-3} * 0{,}17 \sim$ **six cents euros** environ

12) D'après **la loi des aires** $\left(r^2\dot{\theta} = cste\right)$ si la trajectoire est circulaire, le mouvement est alors uniforme. On aurait pu aussi exploiter la deuxième loi de Newton projetée sur $\vec{u}_\theta$: $m_S r\ddot{\theta} = 0 \rightarrow \dot{\theta} = cste$

13 & 14) La projection de la deuxième loi de Newton sur $\vec{u}_r$ nous indique que $-m_S\frac{v_0^2}{R_T + h} = -\frac{\mathcal{G}m_S M_T}{(R_T + h)^2}$

$$\rightarrow v_0 = \sqrt{\frac{\mathcal{G}M_T}{R_T + h}} = \boldsymbol{7{,}52\ km.s^{-1}} \rightarrow T_0 = \frac{2\pi}{\omega_0} = \frac{2\pi(R_T + h)}{v_0} = \boldsymbol{2\pi\sqrt{\frac{(R_T + h)^3}{\mathcal{G}M_T}} = 5{,}89.10^3\ s}$$

15) La télécommunication directe avec le sol est possible le temps, pour la station, d'aller du point A au point B. On néglige les effets dus à l'atmosphère (déviation, ralentissement …) ainsi que le déplacement dans le référentiel géocentrique du point M lié à la terre ($v(M)_{max} < v(ISS)/16$).



Pour aller de A à B, la station parcourt l'angle $\beta = 2\arccos\left(\frac{R_T}{R_T+h}\right)$,

ce qui correspond à une durée τ égale à $\frac{\beta}{2\pi}T_{ISS} = \mathbf{2}\sqrt{\frac{(R_T+h)^3}{\mathcal{G}M_T}}\,\mathbf{arcos}\left(\frac{R_T}{R_T+h}\right)$

$\boldsymbol{\tau = 6,1.10^2\ s}$ On est plus proche de 10 minutes que d'une minute.

Ce n'est pas surprenant : En A et B, les ondes doivent traverser une épaisse couche d'atmosphère, la communication avec M n'est alors pas bonne.
De plus, il n'y a pas forcément une station de réception dans le plan de l'orbite !
La durée de la communication directe est la plupart du temps réduite.

16) Les équations de Maxwell sont composées de deux équations de liaisons aux sources (1) & (2) et de deux équations intrinsèques de structure (3) & (4) :

$$\boldsymbol{div\,\vec{E}} = \frac{\rho}{\varepsilon_0} = \mathbf{0}\ (1) \quad \boldsymbol{\overrightarrow{rot}\,\vec{B}} = \mu_0\vec{j}(M,t) + \frac{1}{c^2}\frac{\partial\vec{E}}{\partial t} = \boldsymbol{\frac{1}{c^2}\frac{\partial\vec{E}}{\partial t}}\ (2) \quad div\,\vec{B} = 0\ (3) \quad \overrightarrow{rot}\,\vec{E} = -\frac{\partial\vec{B}}{\partial t}\ (4)$$

$$\overrightarrow{rot}\,\overrightarrow{rot}\,\vec{E} = -\vec{\Delta}\vec{E} \to \vec{\Delta}\vec{E} - \frac{1}{c^2}\frac{\partial^2\vec{E}}{\partial t^2} = \vec{0} \to \boldsymbol{\frac{\partial^2\vec{E}}{\partial x^2} - \frac{1}{c^2}\frac{\partial^2\vec{E}}{\partial t^2} = \vec{0}}$$

17) On injecte $\underline{\vec{E}}$ dans l'équation d'onde et l'on obtient $\boldsymbol{\frac{\omega}{k} = c = cste}$ $\to$ Le milieu est **non dispersif**

18) D'après la relation du trièdre $\underline{\vec{B}}(M,t) = \frac{\vec{u}_x\wedge\underline{\vec{E}}}{c} = \boldsymbol{\frac{E_0}{c}\exp\big(i(\omega t - kx)\big)\,\vec{u}_z}$

19) $\|\vec{F}_e\| = qE \qquad \|\vec{F}_m\| \leq qvB \qquad \frac{\|\vec{F}_m\|}{\|\vec{F}_e\|} \leq \frac{vB}{E} \sim \boldsymbol{\frac{v}{c} \ll 1}$

20) D'après la deuxième loi de Newton, $\underline{\vec{v}}_e = \boldsymbol{i\frac{e\underline{\vec{E}}}{m_e\omega}}$ et $\underline{\vec{v}}_c = \boldsymbol{-i\frac{e\underline{\vec{E}}}{m_c\omega}}$ $\to$ $\boldsymbol{\|\vec{v}_e\| \gg \|\vec{v}_c\|}$

21) Les électrons se déplacent à une vitesse non négligeable, ainsi $\underline{\vec{j}}(M,t) = \rho_e\underline{\vec{v}}_e = -n_e e\underline{\vec{v}}_e = \boldsymbol{-i\frac{n_e e^2\underline{\vec{E}}}{m_e\omega}}$

22) $p = \frac{1}{2}\mathcal{R}e\left(\underline{\vec{j}}.\underline{\vec{E}}^*\right) = \mathbf{0}$ La **quadrature** entre $\vec{j}$ et $\vec{E}$ ($\vec{v}_e$ et $\vec{F}_e$) est à l'origine de cette puissance nulle.

23 & 24) $\overrightarrow{rot}\,\overrightarrow{rot}\,\underline{\vec{E}} = -\vec{\Delta}\underline{\vec{E}} \to \boldsymbol{\frac{\partial^2\underline{\vec{E}}}{\partial x^2} - \mu_0\underline{\gamma}\frac{\partial\underline{\vec{E}}}{\partial t} - \frac{1}{c^2}\frac{\partial^2\underline{\vec{E}}}{\partial t^2} = \vec{0}}$ $\qquad \boldsymbol{\underline{k}^2 = \frac{\omega^2-\omega_p^2}{c^2}}$ Avec $\boldsymbol{\omega_p = e\sqrt{\frac{n_e}{m_e\varepsilon_0}}}$

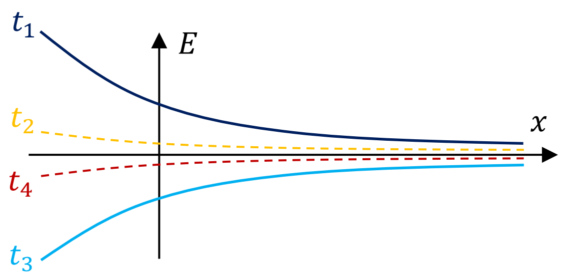
25) $\boldsymbol{\underline{k} = -\frac{i}{\delta_p}}$ Avec $\boldsymbol{\delta_p = \frac{c}{\sqrt{\omega_p^2-\omega^2}}}$ $\qquad$ On en déduit $\boldsymbol{\vec{E} = E_0\exp\left(-\frac{x}{\delta_p}\right)\cos(\omega t)\,\vec{u}_y}$

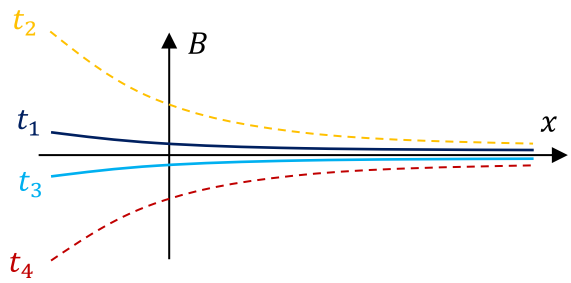
Concernant $\vec{B}$, soit on utilise la relation du trièdre **complexe** :

$$\underline{\vec{B}}(M,t) = \frac{\underline{\vec{k}}\wedge\underline{\vec{E}}}{\omega} = \frac{\underline{k}E_0}{\omega}\exp\left(i\big(\omega t - \underline{k}x\big)\right)\vec{u}_z \to \boldsymbol{\vec{B} = \frac{E_0}{\delta_p\omega}\exp\left(-\frac{x}{\delta_p}\right)\sin(\omega t)\,\vec{u}_z}$$

Soit on applique l'équation de Maxwell-Faraday : $\frac{\partial\vec{B}}{\partial t} = -\overrightarrow{rot}\,\vec{E} = \frac{E_0}{\delta_p}\exp\left(-\frac{x}{\delta_p}\right)\cos(\omega t)\,\vec{u}_z \to \ldots$

26) Les champs $\vec{E}$ et $\vec{B}$ oscillent en quadrature mais ne se propagent pas. Ce sont des ondes évanescentes.



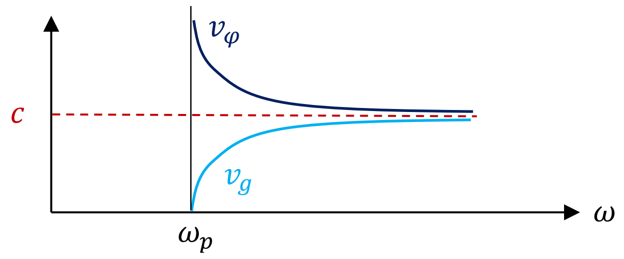


27) La valeur moyenne du vecteur de Poynting $\left(\frac{\vec{E}\wedge\vec{B}}{\mu_0}\right)$ est **nulle**. L'énergie ne se propage pas, on retrouve ainsi le caractère **stationnaire** de l'onde.

28 & 29) $\underline{\boldsymbol{k}} = \frac{\sqrt{\omega^2-\omega_p^2}}{c} = \boldsymbol{k'}$ On en déduit $\vec{\boldsymbol{E}} = \boldsymbol{E_0}\cos(\boldsymbol{\omega t - k'x})\,\vec{\boldsymbol{u}}_y$ et $\vec{\boldsymbol{B}} = \frac{k'E_0}{\omega}\cos(\boldsymbol{\omega t - k'x})\,\vec{\boldsymbol{u}}_z$

$\langle\vec{\Pi}\rangle = \frac{k'E_0^2}{2\mu_0\omega}\vec{u}_x = \frac{E_0^2}{2\mu_0 c}\sqrt{1-\omega_p^2/\omega^2}\;\vec{u}_x$ $\quad v_\varphi = \frac{\omega}{k'} = \frac{c}{\sqrt{1-\omega_p^2/\omega^2}} > c$ $\quad v_g = \frac{d\omega}{dk'} = \frac{c^2}{v_\varphi} = c\sqrt{1-\omega_p^2/\omega^2} < c$

Le fait que $v_\varphi > c$ ne remet pas en cause la théorie relativiste car la phase n'a aucune matérialité.



Le milieu est **dispersif** puisque $v_\varphi \neq v_g$, ces deux vitesses dépendent de la fréquence.

Le caractère dispersif tend à disparaitre à très haute fréquence.

30) La fréquence plasma dans l'ionosphère vaut au maximum quelques **dizaines de MHz.** La gamme ***THF*** $(30\ MHz \leq f \leq 300\ MHz)$ est tout à fait adaptée aux télécommunications avec un relai géostationnaire.

31 & 32) Le lithium est **un alcalin** dont la configuration électronique est $\boldsymbol{1s^2 2s^1}$. C'est un bon réducteur car il perd facilement son électron $2s$ pour atteindre ainsi la configuration électronique de l'hélium : $\boldsymbol{Li^+}$

33 & 34) $\boldsymbol{Li_2CO_3 \rightleftarrows 2\,Li^+ + CO_3^{2-}}$ $\quad K_s = 4s^3$ (On néglige les propriétés basiques de l'ion carbonate)

On intègre la loi de Van 't Hoff : $\ln K_s(T_2) = \ln K_s(T_1) - \frac{\Delta_r H^0}{R}\left(\frac{1}{T_2}-\frac{1}{T_1}\right) \rightarrow \boldsymbol{\Delta_r H^0 = -20\ kJ.mol^{-1}}$

La réaction de dissolution est légèrement **exothermique**, elle est favorisée à basse température.

35) $Li^+ + e^- \rightleftharpoons Li$ $\quad Li + C_6 \rightarrow LiC_6$ $\quad \boldsymbol{Li^+ + e^- + C_6 \rightleftharpoons LiC_6}$

36) $N_{max}(Li) = \frac{\mathcal{N}_A m_C}{6M_C} = \boldsymbol{8,4.10^{21}}$ $\quad Q_{max} = 1{,}3.10^6\ C = \boldsymbol{3,7.10^2\ A.h.kg^{-1}}$ (de graphite)

37) Le $n.o.$ du cobalt dans $LiCoO_2$ est $\boldsymbol{III}$ alors qu'il vaut $\boldsymbol{IV}$ dans CoO_2, ce dernier est l'oxydant. Durant la charge, $LiCoO_2$ est oxydé : $\boldsymbol{LiCoO_2 \rightleftharpoons CoO_2 + e^- + Li^+}$

38) Charge : $\boldsymbol{LiCoO_2 + C_6 \rightarrow CoO_2 + LiC_6}$ $\quad$ Décharge : $\boldsymbol{CoO_2 + LiC_6 \rightarrow LiCoO_2 + C_6}$

39) La charge désirée vaut $5{,}8\ A.h$ donc la masse minimale de graphite nécessaire est $\boldsymbol{16\ g}$.