CCS 1 2020

1-3) $[\lambda] = \boldsymbol{T^{-1}}$ $\quad \boldsymbol{N(t+dt) = N(t) - N(t)\lambda dt} \rightarrow \frac{dN}{dt} + \lambda N(t) = 0 \rightarrow N(t) = N_0\, e^{-\lambda t} \rightarrow \boldsymbol{\lambda = \frac{\ln 2}{T_{1/2}}}$

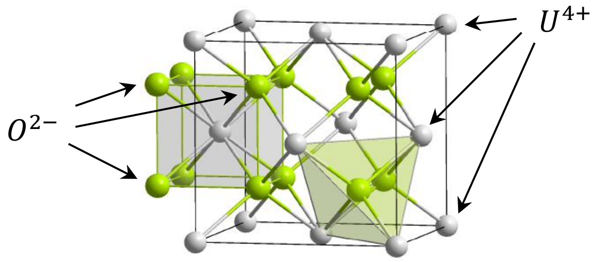
4) $\lambda_{238} = \boldsymbol{4,9.10^{-18}\ s^{-1}}$ $\quad \lambda_{235} = \boldsymbol{3,1.10^{-17}\ s^{-1}}$ En effet, ${}^{238}_{92}U$ est trois fois plus radioactif que ${}^{232}_{90}Th$

5) La proportion de ${}^{235}_{92}U$ **diminue** au cours du temps car $\frac{N^{235}(t)}{N^{238}(t)} = \frac{N_0^{235}}{N_0^{238}} e^{-(\lambda_{235} - \lambda_{238})t}$ décroit.

6) Plus précisément si $\frac{N_0^{235}}{N_0^{238}} = \frac{0{,}72}{99{,}28} = 7{,}3.10^{-3}$, à quelle date (antérieure) $\frac{N^{235}(t)}{N^{238}(t)} = 3{,}1.10^{-2}$?
On trouve $t = -5{,}6.10^{16}\ s$, c'est-à-dire il y a environ **2 milliards d'années**.
La période pendant laquelle les minerais étaient suffisamment riches en ${}^{235}_{92}U$ s'étend de la naissance de la Terre (4,5 milliards d'années) à cette date.

7) $M_U \sim 238\ g.mol^{-1} \rightarrow P = \frac{\mathcal{N}_A m_U}{M_U}(7{,}2.10^{-3}\lambda_{235}\mathcal{E}_{235}^{\alpha} + 0{,}9928\lambda_{238}\mathcal{E}_{238}^{\alpha}) = \boldsymbol{0,21\ mW}$
Cela représente 9 mW par tonne d'uranium : La descendance est responsable des 73 mW restants.

8-10) Les ions O^{2-} occupent les **8 sites tétraédriques** de la maille de l'uranium contenant **4** ions U^{4+}.



$\mu = \frac{4M_U + 8M_O}{\mathcal{N}_A a^3} \rightarrow \boldsymbol{a = 5,5.10^{-10}\ m}$

Or, il y a tangence sur la demi-diagonale des petits cubes de côté $a/2$: $r_{U^{4+}} + r_{O^{2-}} = \frac{a\sqrt{3}}{4} \rightarrow a = 547\ pm$
C'est cohérent

11) $\mathcal{E}_0 = 0{,}05\frac{\mathcal{N}_A m}{M_{UO_2}}\mathcal{E}_{235}^{\alpha} = \boldsymbol{6,3.10^8\ J}$ (Sans prendre en compte la désintégration simultanée de ${}^{238}_{92}U$)

12) La consommation annuelle s'élève à $7{,}2.10^{10}\ J$, cela correspond à **2, 5 t** équivalent charbon.
Une tonne de dioxyde d'uranium enrichi libère $3{,}6.10^{15}\ J$ $\left(0{,}05\frac{\mathcal{N}_A m'}{M_{UO_2}}\mathcal{E}_{235}^{fission}\right)$.
L'alimentation annuelle du foyer ne nécessite que $\boldsymbol{20\ g}$ de dioxyde d'uranium enrichi.
Vive la politique énergétique Française ! Vive l'Amitié Franco-Nigérienne !

13) Produire et conserver intact un crayon de $4\ m$ de longueur et $1\ cm$ de diamètre n'est pas aisé.
En privilégiant leur nombre au détriment de leur diamètre, on augmente la surface de contact avec l'eau.

14) Les autres emplacements peuvent contenir des sondes, notamment des capteurs de température.
Cela permet peut-être aussi de favoriser la circulation de l'eau …

15) La surface latérale d'un crayon (et sa gaine) vaut environ $0{,}13\ m^2$ et en effet,

$$0{,}13 * 265 * 241 \sim 8{,}3.10^3\ m^2$$

16) Le système et son environnement sont **invariants** par **translation** suivant $\vec{e}_z$ et par **rotation** d'angle θ :
La température ne dépend que de r et $\boldsymbol{\vec{j} = -\lambda\frac{dT}{dr}\,\vec{e}_r}$

17) La température est **maximale** au centre du crayon et **dérivable** $(\vec{j} = \vec{0})$, le bon profil est le $\boldsymbol{4}$.

18) $j(R) = \lambda \left|\frac{dT}{dr}\right|_R = 2\lambda K R = 157\,W.cm^{-2} \;\rightarrow\; \boldsymbol{K = 3{,}1.10^3\,K.cm^{-2}}$

19) En régime stationnaire, la puissance totale libérée dans un crayon correspond au flux de $\vec{j}$ à travers la surface latérale. Soit σ_U la puissance volumique libérée, $\pi R^2 \sigma_U = 2\pi R j(R) \rightarrow \boldsymbol{\sigma_U = 6{,}3.10^2\,W.cm^{-3}}$

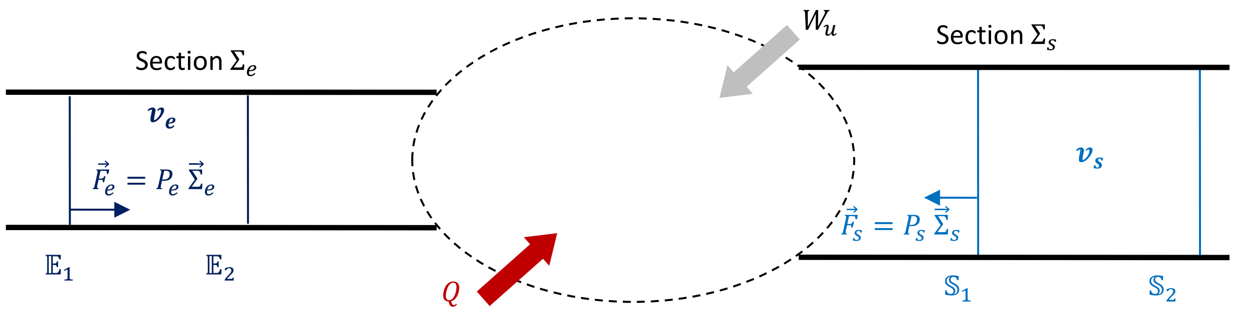
20) Soit $\tilde{\sigma}_U = \pi R^2 \sigma_U$ la puissance linéique : $\boldsymbol{\tilde{\sigma}_U = 4{,}9.10^2\,W.cm^{-1}}$ L'ordre de grandeur est bon.
La puissance linéique maximale permet d'éviter **l'emballement** du phénomène de fission et/ou **la fusion**.

21) $T(0) = T_{eau} + KR^2 = \boldsymbol{1{,}1.10^3\,°C < 2865\,°C}$ La fusion du combustible est évitée.

22 & 23) Un phénomène **conducto convectif** est à l'origine d'une brusque variation de température au voisinage du crayon. On a dorénavant $h(T(R) - T_{eau}) = 157\,W.cm^{-2}$
La convection étant forcée, on peut s'attendre à un grand coefficient $h \sim 10^3\,W.K^{-1}.m^{-2}$???
Sous cette hypothèse, $T(R) \sim 1{,}9.10^3\,°C \;\rightarrow\; \boldsymbol{T(0) \sim 2{,}7.10^3\,°C}$ Le risque de fusion est grand.

24) La conductivité est **plus faible** donc à σ_U donnée, c'est-à-dire à $j(R)$ donné, le coefficient K sera plus important. La température au centre sera plus **grande** (En d'autres termes, le gradient sera plus fort).

25) Le système **fermé** choisi est **à cheval sur la zone d'échange**. A l'instant t_1 , il occupe le volume compris entre $\mathbb{E}_1$ et $\mathbb{S}_1$. A l'instant t_2 , il occupe le volume compris entre $\mathbb{E}_2$ et $\mathbb{S}_2$.
Entre t_1 et t_2 , **un kilogramme de fluide s'est écoulé**. Les volumes compris entre $\mathbb{E}_1$ et $\mathbb{E}_2$ d'une part et $\mathbb{S}_1$ et $\mathbb{S}_2$ d'autre part, sont respectivement les volumes massiques v_e et v_s .



Appliquons le premier principe de la thermodynamique à notre système entre t_1 et t_2 :

$U(t_2) - U(t_1) = W_{\substack{pression \\ amont+aval}} + W_u + Q$ La variation d'énergie cinétique est négligée.

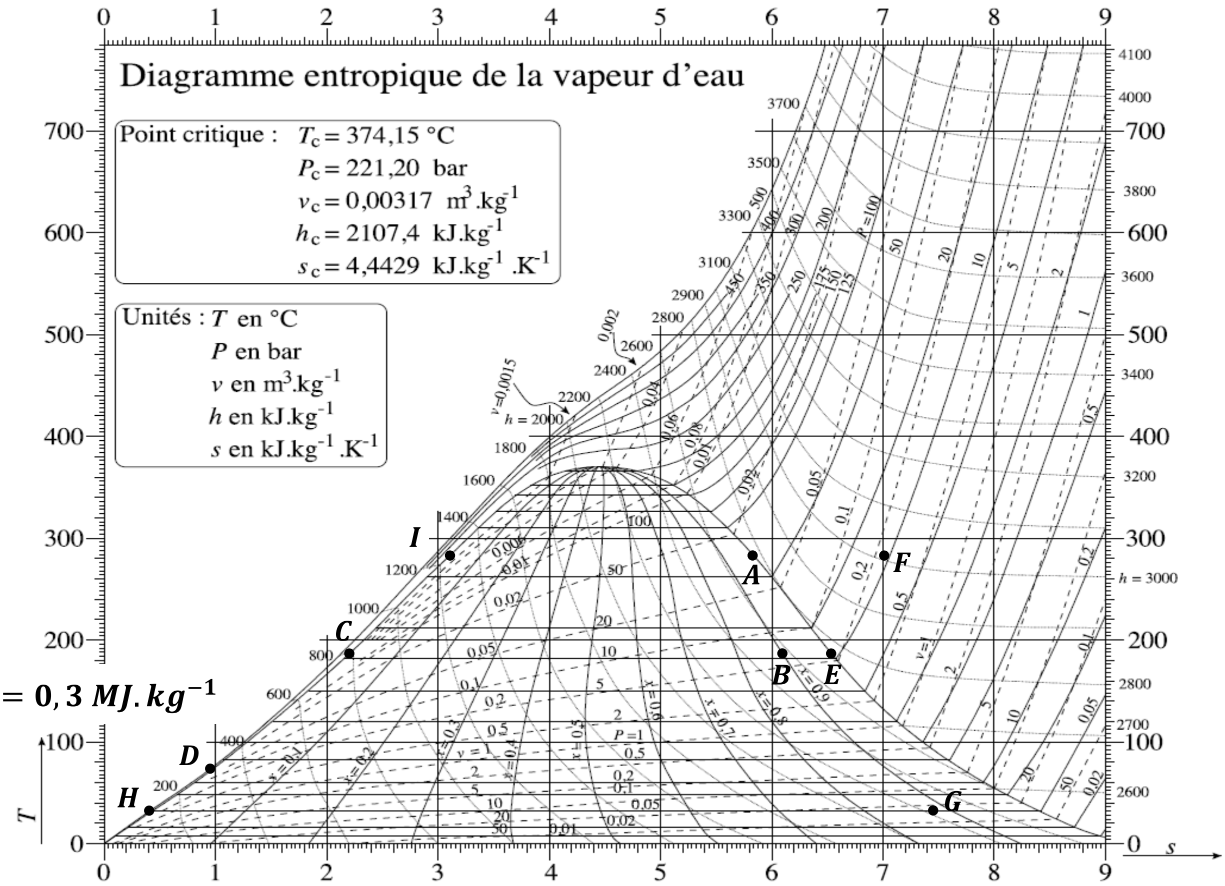
L'écoulement étant **stationnaire**, la partie commune située entre $\mathbb{E}_2$ et $\mathbb{S}_1$ a une énergie interne constante.
Seul le kilogramme écoulé est concerné : $u_s - u_e = w_{\substack{pression \\ amont+aval}} + w_u + q$
Exprimons le travail des forces de pression en amont et en aval, travail interne au gaz, ni fourni ni exploité :

$$w_{\substack{pression \\ amont+aval}} = P_e\,\Sigma_e\,[\mathbb{E}_1\mathbb{E}_2] - P_s\,\Sigma_s\,[\mathbb{S}_1\mathbb{S}_2] = P_e v_e - P_s v_s$$

En définitive, $\boldsymbol{h_s - h_e = w_u + q} \;\rightarrow\; \boldsymbol{R(h_s - h_e) = P_u + P_{th}}$

<u>Remarque</u> : Il est possible d'appliquer le premier principe sur un intervalle de temps δt correspondant au transfert d'une masse δm : $d(U) = \delta W + \delta Q$ L'écoulement étant **stationnaire,** la partie située entre $\mathbb{E}_2$ et $\mathbb{S}_1$ a une énergie interne constante, **seule $\boldsymbol{\delta m}$** est concernée : $\delta m(u_s - u_e) = \delta W + \delta Q$
Or $\delta W = P_e v_e \delta m - P_s v_s \delta m + \delta W_u$ donc $\delta m(h_s - h_e) = \delta W_u + \delta Q \;\rightarrow\; \boldsymbol{\frac{\delta m}{\delta t}(h_s - h_e) = P_u + P_{th}}$

26-29) $h_F = \mathbf{3,01\ MJ.kg^{-1}}$ $\quad h_B = 0{,}9 * 2781 + 0{,}1 * 781 = \mathbf{2,58\ MJ.kg^{-1}}$ $\quad h_G = \mathbf{2,27\ MJ.kg^{-1}}$



$h_D = \mathbf{0,3\ MJ.kg^{-1}}$

On suppose qu'en H, l'eau est à l'état de liquide saturant.

30 & 31) $\boldsymbol{R_0 = R_1 + R_3} \qquad \boldsymbol{R_2 = x_B R_1} \qquad \boldsymbol{R_4 = (1 - x_B) R_1} \qquad \boldsymbol{R_3(h_I - h_A) + R_2(h_F - h_E) = 0}$

32) $R_0 = \frac{R_2}{x_B} + R_3 = R_3\left(1 + \frac{h_A - h_I}{x_B(h_F - h_E)}\right) \rightarrow$

$$\boldsymbol{R_3 = 77\ kg.s^{-1}} \quad \boldsymbol{R_1 = 563\ kg.s^{-1}} \quad \boldsymbol{R_2 = 507\ kg.s^{-1}} \quad \boldsymbol{R_4 = 56\ kg.s^{-1}}$$

33) Ces transformations sont **irréversibles** car elles sont **rapides** (adiabatiques) et l'**entropie augmente**.
Cette rapidité associée au débit important entraine des **frottements** (irréversibilité conjoncturelle).
A cela s'ajoute le **caractère spontané** d'une détente, le fluide se déplace des hautes pressions vers les basses pressions afin d'homogénéiser le milieu (irréversibilité intrinsèque).

34) $R_2(h_H - h_G) + R_{ter}\, c\Delta T = 0$ Avec $h_G = 2{,}3\ MJ.kg^{-1}$ $\boldsymbol{c = 4,2\ kJ.K^{-1}.kg^{-1}}$ $\Delta T = 5\ K$

Concernant la capacité thermique massique c, soit on connait sa valeur (!), soit on l'évalue grâce aux données sur les liquides saturant en négligeant l'effet de la pression : $c \sim \frac{h_l(11\ bar) - h_l(0{,}05\ bar)}{184 - 33}$

On obtient $\boldsymbol{R_{ter} \sim 5.10^4\ kg.s^{-1} = 50\ t.s^{-1}}$ (Le cinquième du débit moyen du Rhône à Genève)

C'est colossal en effet, il faut une belle rivière, un grand fleuve ou bien la mer.
Les centrales françaises sont nombreuses en vallée du Rhône (5), de la Garonne (2) et de la Loire (3).
Il y en a également pas mal en bord de Manche (3).
Pour **préserver la faune et la flore** de ces milieux naturels, l'élévation de température doit être contenue.

35) $\boldsymbol{e} = \frac{|\boldsymbol{R_1}(\boldsymbol{h_B}-\boldsymbol{h_A})+\boldsymbol{R_2}(\boldsymbol{h_G}-\boldsymbol{h_F})|}{\boldsymbol{R_0}(\boldsymbol{h_A}-\boldsymbol{h_D})} = \frac{4{,}82.10^8}{1{,}58.10^9} = \mathbf{0{,}31} < e_{carnot} = 1 - \frac{T_H}{T_A} = 0{,}45 \ \rightarrow \ r_{/carnot} = 69\ \%$

On néglige, comme d'habitude, la puissance consommée par le récupérateur-compresseur car il agit sur du liquide incompressible.

Les moteurs thermiques de voiture ont un rendement semblable contrairement aux moteurs électriques bien plus performants.

36) Sans surchauffeur, prenons comme modèle d'étude un cycle de Rankine à un étage (Voir CCS 2 2016) avec une seule turbine œuvrant entre l'état A et l'état G, parcourue par un débit R_0 .

$\boldsymbol{e'} = \frac{|\boldsymbol{h_G}-\boldsymbol{h_A}|}{\boldsymbol{h_A}-\boldsymbol{h_H}} = \mathbf{0{,}19}$

On comprend mieux pourquoi tant d'argent a été investi dans la construction de l'EPR de Flamanville.
Le budget initial (3,4 milliards d'euros) a été multiplié au moins par cinq.
Sa mise en service était prévue en 2012, elle a été repoussée en 2024. Heureusement, le Concours CentraleSupélec entretient régulièrement la flamme et nous permet d'y croire encore …