

CCS MP 1 2018

1 & 2) $\mathcal{E}_p(z) = mg_s z \rightarrow H = \frac{k_B T}{mg_s} \quad m = \frac{m_p + m_e}{2} \sim \frac{m_p}{2}$

3) $H = \frac{R_s}{\ln 10^3} = 1,01 \cdot 10^8 \text{ m} \rightarrow T \sim 1,67 \cdot 10^6 \text{ K}$ L'ordre de grandeur est vérifié

4) On applique le théorème de Gauss de la gravitation sur une sphère de rayon r .

Tous les plans contenant le vecteur \vec{e}_r sont des plans de symétrie, le champ gravitationnel est suivant \vec{e}_r :

$$-4\pi r^2 g(r) = -4\pi G M_s \rightarrow g(r) = \frac{G M_s}{r^2} = g_s \frac{R_s^2}{r^2}$$

5) $P(r) = n_2(r) k_B T$ et $\rho(r) = m n_2(r) \rightarrow \frac{dn_2}{n_2} = -\frac{m}{k_B T} g_s \frac{R_s^2}{r^2} dr \rightarrow n_2(r) = n'_0 \exp\left[\frac{mg_s R_s}{k_B T} \left(\frac{R_s}{r} - 1\right)\right]$

6) On trace la fonction $\ln n_e$ en fonction de $\left(\frac{R_s}{r}\right)$. Le comportement semble linéaire, on valide le modèle.

La pente vaut $10 \sim \frac{mg_s R_s}{k_B T} \rightarrow T \sim 1,2 \cdot 10^6 \text{ K}$ Confirmation

7) $\lambda < \frac{hc}{\varepsilon_1} = 3,50 \text{ nm}$ Rayonnement X

8 & 9) $\langle \mathcal{E}_c \rangle = \frac{3}{2} k_B T \rightarrow T > \frac{\varepsilon_1}{3k_B} = 1,4 \cdot 10^6 \text{ K}$ Le modèle d'ionisation est cohérent

10) D'une image à l'autre, les régions les plus émissives correspondent. Cela signifie que ces zones ont une température compatible avec la présence de $FeXII$ et de $FeXV$:

$$T_{XII} \sim 1,6 \cdot 10^6 \text{ K} < T < T_{XV} \sim 2,2 \cdot 10^6 \text{ K} \rightarrow T \sim 2 \cdot 10^6 \text{ K}$$

11) L'intérêt est de faire **des recoupements** pour affiner l'estimation de la température.

12) A ces températures, **l'hydrogène est totalement ionisé**, l'électron est libéré (plasma) et on ne peut plus observer de transition mettant en jeu les niveaux électroniques de l'atome d'hydrogène.

13-16) Effet Doppler $\Delta v = \frac{v_0}{c} \sqrt{\langle (\vec{v} \cdot \vec{u})^2 \rangle_i} \quad \langle v^2 \rangle_i = \frac{3k_B T}{m_{Fe}} \quad \langle (\vec{v} \cdot \vec{u})^2 \rangle_i = \langle v_x^2 \rangle_i = \frac{\langle v^2 \rangle_i}{3}$

17) $\Delta v = \frac{v_0}{c} \sqrt{\frac{k_B T}{m_{Fe}}}$ Puis, en différenciant la relation $\lambda = \frac{c}{v}$ autour de $v_0 \rightarrow |d\lambda| = \frac{c|dv|}{v^2} \rightarrow \Delta \lambda = \frac{\lambda_0}{c} \sqrt{\frac{k_B T}{m_{Fe}}}$

18 & 19) $T_{XIV} \sim 2,0 \cdot 10^6 \text{ K}$ A cette température, la fraction massique en $FeXIV$ est bien **maximale**.

20 & 21) Les champs \vec{E} et \vec{B} vérifient l'équation d'onde de D'Alembert.

L'onde (\vec{E} et \vec{B}) est transverse, sa structure est résumée par $\vec{B} = \frac{\vec{k} \wedge \vec{E}}{\omega}$ avec $\omega = kc$ $\vec{\Pi} = \varepsilon_0 c E^2 \vec{u}_z$

22) En appelant E_0 l'amplitude du champ électrique $\rightarrow I = \frac{1}{2} \varepsilon_0 c E_0^2 = \langle e_{em} \rangle c$

23) La force magnétique est négligeable tant que **la vitesse de l'électron est très inférieure à c**.

Si on applique le modèle de gaz parfait aux électrons libres, on évalue leur vitesse quadratique moyenne :

$$\frac{1}{2} m_e \langle v_e^2 \rangle = \frac{3}{2} k_B T \rightarrow \sqrt{\langle v_e^2 \rangle} = \sqrt{\frac{3k_B T}{m_e}} \sim 6,7 \cdot 10^6 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1} \text{ (Cette vitesse est surévaluée)}$$

24) Le champ peut être considéré comme uniforme si le **déplacement de l'électron est très inférieur à la longueur d'onde** : $l \ll \lambda \Leftrightarrow \frac{l}{T} \ll c \Leftrightarrow v \ll c$ On retrouve le caractère **non relativiste**.

25) D'après la deuxième loi de Newton, $a = -\frac{eE}{m} \rightarrow \langle a^2 \rangle = \frac{e^2}{2m^2} E_0^2 \rightarrow \sigma = \frac{e^4}{6\pi\epsilon_0^2 c^4 m^2} = \frac{\mu_0^2 e^4}{6\pi m^2}$

26) En régime stationnaire, la puissance totale entrant dans la tranche de largeur dz est nulle :

$$S[I(z) - I(z + dz)] - S dz n_e(z) \sigma I(z) = 0 \rightarrow \frac{dI}{I} = -\sigma n_e(z) dz \rightarrow I(h) = I(0) e^{-N\sigma}$$

27 & 28) $I(h) \sim I(0)[1 - N\sigma] \rightarrow f = \frac{I(0) - I(h)}{I(0)} \sim N\sigma$ On peut définir $\bar{n}_e = \frac{1}{h} \int_0^h n_e(z) dz = \frac{N}{h}$

Si on néglige le caractère sphérique de la couronne, on peut appliquer les résultats précédents avec

$$h = 0,6R_s \rightarrow \bar{n}_e \sim \frac{f}{0,6\sigma R_s} \sim 4 \cdot 10^{13} m^{-3} \text{ (Plasma dilué)}$$

29) Seuls les électrons participent à la conduction, les protons plus lourds sont immobiles : $\vec{j} = -en_e \vec{v}_e$
 Tout frottement est négligé ainsi que la force magnétique car les électrons sont non relativistes.

D'après la deuxième loi de Newton, $im_e \omega \vec{v}_e = -e\vec{E} \rightarrow \vec{j} = \frac{ne^2}{im_e \omega} \vec{E}$

30) On découple les équations de Maxwell grâce à l'égalité $\overrightarrow{rot}(\overrightarrow{rot} \vec{E}) = \overrightarrow{grad}(\text{div} \vec{E}) - \Delta \vec{E} = -\Delta \vec{E}$

$$\rightarrow \Delta \vec{E} - \frac{1}{c^2} \frac{\partial^2 \vec{E}}{\partial t^2} - \mu_0 \gamma \frac{\partial \vec{E}}{\partial t} = \vec{0} \text{ Equation dont on cherche une solution de la forme } \vec{E} = \vec{E}_0 e^{i(\omega t - \vec{k} \cdot \vec{r})}$$

$$\rightarrow \underline{k}^2 = \frac{\omega^2}{c^2} - \mu_0 i \omega \underline{\gamma} = \frac{\omega^2 - \omega_p^2}{c^2} \text{ Avec } \omega_p = e \sqrt{\frac{n_e}{\epsilon_0 m_e}} \text{ Pulsation propre des oscillations plasma (Voir III.B)}$$

31) Il y a propagation si $\underline{k}^2 > 0 \Leftrightarrow \omega > \omega_p$

Dans le cas contraire ($\underline{k} \in i\mathbb{R}$), on a une onde **stationnaire amortie** (onde **évanescence**).

32 & 33) $\rho(x, t) = e(n_0 - n_e(x, t)) \rightarrow -e \frac{\partial n_e}{\partial t} = -\text{div} \vec{j} = -\frac{\partial j}{\partial x} = e \frac{\partial(n_e v_e)}{\partial x}$

34-36) On reconnaît **Maxwell-Gauss**. D'après la deuxième loi de Newton, $i\omega m_e \underline{v}_e = -e\underline{E}(x, t)$

D'après III.1 & III.2, $\underline{v}_e = -\frac{\omega(n_0 - \underline{n}_e)}{kn_0}$ et $\underline{E} = i \frac{e}{k\epsilon_0} (n_0 - \underline{n}_e)$ donc $(n_0 - \underline{n}_e) \left(\omega^2 - \frac{n_0 e^2}{\epsilon_0 m_e} \right) = 0$

Une solution non nulle n'existe que si $\omega = \omega_p = e \sqrt{\frac{n_0}{\epsilon_0 m_e}}$

[Nous sommes ici très proche (en plus simple) de l'exercice I.8-10 du TD Electromagnétisme]

37 & 38) La fréquence est de l'ordre de **90 MHz**, elle est légèrement supérieure à la fréquence plasma de l'ionosphère (quelques MHz) donc ce rayonnement peut traverser l'atmosphère.

39) $\frac{\omega_p(r_1)}{\omega_p(r_2)} = \frac{120}{75} = \sqrt{\frac{n_0(r_1)}{n_0(r_2)}} = \exp\left(\frac{bR_s}{2} \left(\frac{1}{r_1} - \frac{1}{r_2}\right)\right) \rightarrow \frac{1}{r_1} - \frac{1}{r_2} = 1,4 \cdot 10^{-10} m^{-1}$

D'autre part, $\omega_p(r_1) = e \sqrt{\frac{n_0(r_1)}{\epsilon_0 m_e}} \rightarrow n_0(r_1) = 1,78 \cdot 10^{14} m^{-3} \rightarrow r_1 \sim 8,3 \cdot 10^8 m \rightarrow r_2 \sim 9,3 \cdot 10^8 m$

Les particules perturbatrices parcourent environ **10⁸ m pendant une seconde**. Elles sont relativistes ...

40) Ce plasma est **un très bon conducteur thermique**. Sa conductivité est supérieure à celle du diamant.

41) **Loi de Fourier** : $\vec{j}_t = -\lambda \overrightarrow{\text{grad}} T$

42 & 43) En régime strictement diffusif, permanent stationnaire, \vec{j}_t est à flux conservatif : $\frac{d(r^2 j_t)}{dr} = 0 \rightarrow r^2 \left(\frac{T(r)}{T_0}\right)^{5/2} \frac{dT}{dr} = cste \rightarrow \left(\frac{T(r)}{T_0}\right)^{7/2} - 1 = K \left(\frac{1}{r} - \frac{1}{r_0}\right) \quad (K = r_0) \rightarrow T(r) = T_0 \left(\frac{r_0}{r}\right)^{2/7}$

44) $T(r_p) = 5,5 \cdot 10^5 K$ Le bouclier ne sera pas suffisant. Je pense que le modèle $\lambda(T)$ n'est plus valable à ces distances, la décroissance en $r^{-2/7}$ me semble trop lente.

45) D'après la troisième loi de Kepler : $T = \sqrt{\frac{\pi^2 (r_a + r_p)^3}{2GM_s}} = 89 \text{ jours}$

46) $\mathcal{E}_m = -\frac{GM_s M}{r_a + r_p} = \frac{1}{2} M v_p^2 - \frac{GM_s M}{r_p} \rightarrow v_p = \sqrt{\frac{2GM_s r_a}{r_p (r_a + r_p)}} = 1,9 \cdot 10^5 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$

47) $\frac{r_p}{r_a} = \frac{1-e}{1+e} \rightarrow e = \frac{r_a - r_p}{r_a + r_p} = 0,88 \quad p = (1+e)r_p = 1,3 \cdot 10^{10} \text{ m}$

48) Les deux passages en $r = r_{10}$ correspondent à $\cos \theta_{10} = \frac{p - r_{10}}{e r_{10}} \sim 1 - \frac{\theta_{10}^2}{2} \rightarrow \theta_{10} = \pm 0,17 \text{ rad}$

En considérant la trajectoire quasi circulaire au voisinage du périhélie, on en déduit $\Delta t = \frac{2|\theta_{10}|r_p}{v_p} = 3,4 \text{ h}$

49) $N_2 H_{4l} \rightleftharpoons N_{2g} + 2H_{2g}$ **La réaction crée des gaz**, ils sont éjectés dans la direction opposée au déplacement désiré.

50) Un catalyseur est une substance qui **augmente la vitesse** d'une réaction chimique.

Il intervient dans son mécanisme réactionnel mais il est absent de son équation bilan.

51) $\Delta_r H^0 = -5,06 \cdot 10^4 \text{ J} \cdot \text{mol}^{-1}$

Cette valeur **négative** indique que la réaction est exothermique, un transfert thermique se produit **du système chimique vers le milieu ambiant** lorsque l'avancement augmente (sens gauche-droite \rightarrow)



Dans l'hypothèse d'une décomposition adiabatique et monobare, l'enthalpie du système chimique est constante : $\Delta H = Q = 0$. On décompose la transformation en deux étapes, la première est la réaction chimique supposée totale à la température initiale, la deuxième est l'échauffement des produits :

$$\Delta H' + \Delta H'' = 0 \Leftrightarrow \Delta_r H^0 + \sum_k (C_{pm,N_2}^0 + 2C_{pm,H_2}^0) \Delta T = 0 \Leftrightarrow \Delta T = 584 K$$

53) On améliorerait le modèle en prenant en compte **la capacité thermique du catalyseur**, le caractère **pas tout à fait monobare** (formation de gaz) ni adiabatique de la réaction (transfert thermique vers l'extérieur de la chambre).

54) La constante de réaction de l'étape 2 est $K(T) = \frac{[N_2H_4][Cl^-]}{[NH_2Cl][NH_3][HO^-]}$. A température fixée, un excès de NH_3 permettra d'augmenter l'avancement et de faire réagir **la totalité du NH_2Cl formé** lors de l'étape 1.

55 & 56) Il y a dégénérescence d'ordre, si $\alpha = 1$ on a alors $\ln\left(\frac{[NH_2Cl]_0}{[NH_2Cl](t)}\right) = k[NH_3]_0 t = k_{app} t$
La régression linéaire est satisfaisante [$r^2 = 0,9999 \dots$], on trouve $k = 7,2 \cdot 10^{-3} L \cdot mol^{-1} \cdot min^{-1}$

57) A partir de la loi d'**Arrhenius** ($\ln k(T) = -\frac{\varepsilon_a}{RT} + cste$), on mesure la constante de vitesse à différentes températures puis on procède à la régression linéaire de **$\ln k$** en fonction de $\frac{1}{T}$
L'énergie d'activation ε_a s'obtient à partir de l'évaluation de **la pente** ($-\frac{\varepsilon_a}{R}$).

58) $\frac{k(T_2)}{k(T_1)} = \exp\left(\frac{\varepsilon_a(T_2 - T_1)}{RT_1 T_2}\right) \rightarrow k(403 K) = 14 L \cdot mol^{-1} \cdot min^{-1} \rightarrow k_{app}(403 K) = 4,2 \cdot 10^2 min^{-1}$

On en déduit que le temps de demi-réaction dans les conditions réelles vaut $\frac{\ln 2}{k_{app}(403 K)} = 9,8 \cdot 10^{-2} s$

59) La vitesse de réaction est **la somme** des deux vitesses relatives à chaque chemin. Faisons l'hypothèse que le premier chemin soit celui étudié précédemment ($v_1 = k_1[NH_2Cl][NH_3]$) et le second celui qui témoigne de la catalyse par les ions HO^- ($v_2 = k_2[NH_2Cl][NH_3][HO^-]$) :

$\rightarrow v = -\frac{d[NH_2Cl]}{dt} = (k_1 + k_2[HO^-])[NH_2Cl][NH_3] = (k_1 + k_2 K_e 10^{pH})[NH_2Cl][NH_3]$ C'est validé !

60) A cette longueur d'onde l'absorbance est **maximale**, la précision de la mesure n'en sera que meilleure.

61) Loi de Beer-Lambert : $A = \varepsilon l c$ L'absorbance A ($\log\left(\frac{I_{inc}}{I_{trans}}\right)$) d'une solution est proportionnelle

à la longueur de la cuve l (cm) et à la concentration c ($mol \cdot L^{-1}$) de l'espèce absorbante.

Le coefficient de proportionnalité ε ($L \cdot mol^{-1} \cdot cm^{-1}$) se nomme coefficient d'absorption molaire.

Cette loi est vérifiée si la concentration est faible, raison supplémentaire pour travailler à $\lambda = 455 nm$.

62) On prélève **10 mL de solution à diluée à la pipette jaugée** que l'on place dans **une fiole jaugée de 1000 mL** et on complète au trait de jauge avec de l'eau distillée.

63) La cinétique de la réaction est peut-être **lente** et l'homogénéisation doit être parfaite.

64) La concentration en hydrazine dans S_1 est $15,5 \mu mol \cdot L^{-1}$ (en prenant $A = 0,900$), celle dans S_0 est $155 \mu mol \cdot L^{-1}$.

65) Entre l'hydrazine "pure" et S_0 , la dilution est de $1/200\ 000$, il y a donc $31,0 mol$ d'hydrazine dans $1 L$ d'hydrazine "pure". Cela correspond à $992 g$, la teneur massique en hydrazine est de **98,7 %** si on admet que $1,005$ est la densité de l'hydrazine "pure".