CCP ph-ch 2018

1) La distribution est invariante par rotation suivant $\vec{e}_\varphi$ et $\vec{e}_\theta$, la norme du champ ne dépend que de r.
Tous les plans contenant l'axe $(M, \vec{e}_r)$ sont des plans de symétrie pour la distribution donc des plans de symétrie pour le champ : $\vec{E}$ appartient à tous ces plans, $\boldsymbol{\vec{E} = E(r)\vec{e}_r}$
On choisit comme surface de gauss la sphère centrée en C et de rayon r : $4\pi r^2 E(r) = \frac{Q_{int}}{\varepsilon_0}$

Si $r \leq R$, $Q_{int} = \frac{Qr^3}{R^3} \rightarrow \boldsymbol{E(r) = \frac{Qr}{4\pi\varepsilon_0 R^3}}$ Si $r \geq R$, $Q_{int} = Q \rightarrow \boldsymbol{E(r) = \frac{Q}{4\pi\varepsilon_0 r^2}}$

2 & 3) $\boldsymbol{\vec{F}_{grav} = -\frac{\mathcal{G}mm'}{PP'^3}\overrightarrow{PP'}}$ $\boldsymbol{\vec{F}_{élec} = \frac{qq'}{4\pi\varepsilon_0 PP'^3}\overrightarrow{PP'}}$ $\boldsymbol{\oiint_{\mathcal{S}_g} \vec{G}.d\vec{S}_{ext} = -4\pi\mathcal{G}\, m_{int}}$ Avec $\vec{F}_{grav} = m'\vec{G}$

A l'extérieur, une distribution de masse m à symétrie sphérique est équivalente à une masse $\boldsymbol{m}$ **ponctuelle placée au centre** de la distribution.

$$\boldsymbol{\vec{G}(C) = \vec{0}} \qquad \boldsymbol{\vec{G}(M) = -\frac{\mathcal{G}m}{r^3}\overrightarrow{CM}} \qquad \frac{G_{Lune}^{Surface}}{G_{Terre}^{Surface}} = \frac{m_L R_T^2}{m_T R_L^2} = \boldsymbol{0,163}$$

4) Le référentiel de Copernic $\mathfrak{R}_O$ est le référentiel centré sur **le centre de masse du système solaire** et dont les axes pointent vers **trois étoiles très éloignées**.
Le référentiel géocentrique $\mathfrak{R}_T$ est centré sur **le centre de la Terre** et est **en translation** par rapport à $\mathfrak{R}_O$.
Le référentiel terrestre $\mathfrak{R}_T^*$ est centré en **un point de la surface de la Terre** et ses axes sont liés **à la rotation terrestre** (Est-Ouest/Sud-Nord/Zénith).

5) $\boldsymbol{\Omega_T = \frac{2\pi}{T_{sidéral}}} = \frac{2\pi}{86164} = 7{,}29.10^{-5}\ rad.s^{-1}$

6) Les référentiels $\mathfrak{R}_T$ et $\mathfrak{R}_T^*$ sont considérés galiléens si la durée de l'étude est respectivement **très inférieure à 1 an et à 1 jour**. C'est la réponse attendue !
On peut cependant observer la faible manifestation du caractère non galiléen sur une durée très courte :
La déviation vers l'Est pour une hauteur de chute de $100\ m$ est de $1\ cm$ environ et ne dure que quelques secondes. C'est peut-être négligeable mais observable !

7) La vitesse angulaire de L autour de T dans $\mathfrak{R}_T$ est égale à la vitesse angulaire Ω_L de la Lune dans $\mathfrak{R}_L$.
La durée d'une révolution lunaire autour de la Terre vaut $\boldsymbol{\frac{2\pi}{2{,}66.10^{-6}} = 2,36.10^6\ s = 27\ j\ 8\ h}$

8) Ceci est l'écriture de **la deuxième loi de Newton appliquée à $\boldsymbol{M}$ dans $\boldsymbol{\mathfrak{R}_T}$ non galiléen**.
Le terme $\left(\frac{d^2\overrightarrow{TM}}{dt^2}\right)_{\mathfrak{R}_T}$ est l'accélération de M dans $\mathfrak{R}_T$, le terme $-\mu\left(\frac{d^2\overrightarrow{OT}}{dt^2}\right)_{\mathfrak{R}_O}$ est la force d'inertie d'entrainement et $\vec{R}_{ext}$ est la résultante des forces non gravitationnelles.

9) $\boldsymbol{m_T\left(\frac{d^2\overrightarrow{OT}}{dt^2}\right)_{\mathfrak{R}_O} = m_T\vec{G}_{Lune}(T) + m_T\vec{G}_{autres}(T)} \rightarrow$

$$\mu\left(\frac{d^2\overrightarrow{TM}}{dt^2}\right)_{\mathfrak{R}_T} = \vec{R}_{ext} + \mu\,\vec{G}_{Terre}(M) + \mu\left(\vec{G}_{Lune}(M) - \vec{G}_{Lune}(T)\right) + \mu\left(\vec{G}_{autres}(M) - \vec{G}_{autres}(T)\right)$$

Dans le cas d'un point M immobile dans $\mathfrak{R}_T^*$, on reconnait $\boldsymbol{\vec{g}(M) = \vec{G}_{Terre}(M) - \left(\frac{d^2\overrightarrow{TM}}{dt^2}\right)_{\mathfrak{R}_T}}$

et on en déduit l'égalité $\vec{R}_{ext} + \mu\,\vec{g}(M) + \mu\left(\boldsymbol{\vec{G}_{Lune}(M) - \vec{G}_{Lune}(T)}\right) + \mu\left(\boldsymbol{\vec{G}_{autres}(M) - \vec{G}_{autres}(T)}\right) = \vec{0}$

10) Le théorème de la résultante cinétique appliqué à L dans $\Re_T$ donne : $\boldsymbol{V = \sqrt{\frac{\mathcal{G}m_T}{d}} = 1{,}02.10^3\ m.s^{-1}}$

C'est compatible avec le calcul de $\boldsymbol{V = d\Omega_L = \frac{2\pi d}{2{,}36.10^6}}$ $\qquad$ $\boldsymbol{\sigma_L(T) = m_L\sqrt{\mathcal{G}m_T d}}$

11) Un couple (un moment de force) a la même dimension qu'une énergie. Or, on reconnait dans le terme $\delta m \frac{\mathcal{G}m_T}{d^3} R_T^2$ une énergie $\rightarrow$ $\boldsymbol{a}$ **est sans dimension**.

12) Le théorème du moment cinétique appliqué à la Terre dans $\Re_T$ donne pour $\theta = 45$: $\boldsymbol{\frac{d\Omega_T}{dt} = -\frac{K}{J}}$

$\boldsymbol{\frac{d\Omega_T}{\Omega_T dt} = 6{,}08.10^{-18}\ s^{-1}}$ C'est-à-dire qu'en un siècle, $\frac{\delta\Omega_T}{\Omega_T} = \frac{\delta \mathrm{T}_{sidéral}}{\mathrm{T}_{sidéral}} \sim 2.10^{-8}$ $\rightarrow$ La durée du jour diminue de $\boldsymbol{2\ ms}$ **par siècle environ**. Le ralentissement de la rotation de la Terre par la Lune est **très lent**.

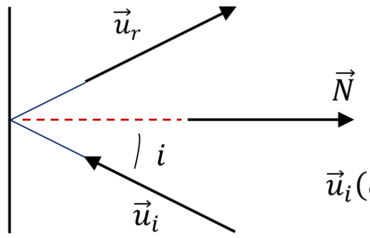
13) On dérive la quantité constante : $-K + \frac{m_L}{2}\sqrt{\frac{\mathcal{G}m_T}{d}}\dot{d} = 0$ $\rightarrow$ $\frac{\delta d}{T_{an}} \sim \frac{2K}{m_L}\sqrt{\frac{d}{\mathcal{G}m_T}}$ $\rightarrow$ $\boldsymbol{\frac{\delta d}{d} \sim \frac{2KT_{an}}{\sigma_L}}$

Numériquement, $\boldsymbol{\delta d = 3{,}6\ cm}$ **par an**.

14) Soit le vecteur unitaire $\vec{u}_i$ dans la direction du rayon incident dont les coordonnées dans la base cartésienne sont $\vec{u}_i(\alpha, \beta, \gamma)$.

Les lois de Descartes de la réflexion nous permettent d'écrire $\boldsymbol{\vec{u}_r - \vec{u}_i = 2\cos i\,\vec{N}}$ avec $\vec{u}_r$ le vecteur unitaire dans la direction du rayon réfléchi, $\vec{N}$ le vecteur normal unitaire à la surface réfléchissante et i l'angle d'incidence. Ainsi, on voit qu'entre $\vec{u}_i$ et $\vec{u}_r$, **seule la coordonnée suivant $\vec{N}$ est modifiée** :

$$\boldsymbol{\vec{N}.\vec{u}_r = -\vec{N}.\vec{u}_i}$$



On applique ceci à notre coin de miroirs :

$$\vec{u}_i(\alpha,\beta,\gamma) \rightarrow \vec{u}_{r,y}(\alpha,-\beta,\gamma) \rightarrow \vec{u}_{r,xy}(-\alpha,-\beta,\gamma) \rightarrow \boldsymbol{\vec{u}_{r,xyz}(-\alpha,-\beta,-\gamma)}$$

15) $t \sim \frac{2d}{c} = \boldsymbol{2{,}56\ s}$ $\qquad$ En réalité la vitesse est inférieure à c donc $d = \frac{1}{2}\int v dt = \frac{c}{2}\int \frac{dt}{n} < \boldsymbol{\frac{ct}{2}}$

En fait, **la distance $\frac{ct}{2}$ est le chemin optique**, c'est-à-dire la distance que parcourrait la lumière dans le vide pendant la même durée. Elle est supérieure à la distance réelle d.

16 & 17) $\boldsymbol{\rho(z) = \frac{MP(z)}{RT}}$ $\qquad$ $S[P(z) - P(z+dz)] - \rho(z)gSdz = 0$ $\rightarrow P(z) = P(0)\exp\left(-\frac{z}{H}\right)$

$\rightarrow \rho(z) = \rho(0)\exp\left(-\frac{z}{H}\right)$ $\rightarrow$ $\boldsymbol{n(z) - 1 = (n_0 - 1)\exp\left(-\frac{z}{H}\right)}$ avec $\boldsymbol{H = 8{,}4\ km}$

18) Lors de l'allée ($z \nearrow$) $v = \frac{dz}{dt} = \frac{c}{n(z)}$ $\rightarrow$ $cdt = \left(1 + (n_0 - 1)\exp\left(-\frac{z}{H}\right)\right)dz$

On intègre cette équation entre $t = 0$ et $t = \tau$ (durée de la traversée de l'atmosphère) ce qui nous permet d'obtenir le chemin optique $c\tau = h - (n_0 - 1)H\left[\exp\left(-\frac{h}{H}\right) - 1\right] \sim h + (n_0 - 1)H$

La différence de distance est la différence entre le chemin optique et la réelle épaisseur h car au-delà de $z = h$ il n'y a plus d'erreur ! $\quad$ $\delta = (c\tau - h) = \boldsymbol{(n_0 - 1)H = 2{,}6\ m}$

19-25) Comme souvent en électromagnétisme, nous sommes devant des questions de cours !

Voici les points importants qu'il faut parfaitement maîtrisés :

- L'onde est plane et les divergences de $\vec{E}$ et $\vec{B}$ sont nulles : $\boldsymbol{E_z = B_z = 0}$ **Onde transversale**
- Le poids, les frottements (plasma peu dense) et la force magnétique sont négligées ($V \ll c$ et $\boldsymbol{E \sim cB}$)
- En régime sinusoïdal forcé, la deuxième loi de Newton "complexe" donne $\boldsymbol{i\omega m\underline{V} = -e\underline{E}}$
- On distingue $\rho_{mobiles} = -Ne$ de $\rho = 0$, ainsi $\underline{\vec{j}} = -ne\underline{\vec{V}} = \boldsymbol{\frac{Ne^2}{i\omega m}\vec{E}}$
- Obtenir l'équation d'onde "complexe" par l'opérateur $\overrightarrow{rot}\left(\overrightarrow{rot}(\vec{\dots})\right)$: $\boldsymbol{\overrightarrow{\Delta}\underline{\vec{E}} - \mu_0\underline{\gamma}\frac{\partial\underline{\vec{E}}}{\partial t} - \mu_0\varepsilon_0\frac{\partial^2\underline{\vec{E}}}{\partial t^2} = \vec{0}}$
- Injecter la forme envisagée complexe de $\vec{E}$ dans l'équation d'onde afin d'obtenir la relation nécessaire entre ω et k (relation de dispersion) : $\boldsymbol{k^2 = \frac{\omega^2}{c^2}\left(1 - \frac{\omega_p^2}{\omega^2}\right)}$ avec $\boldsymbol{\omega_p = e\sqrt{\frac{N}{m\varepsilon_0}}}$
- Il y a propagation si k est réel donc si $\boldsymbol{\omega > \omega_p \Leftrightarrow \lambda_{vide} < \lambda_p = \frac{2\pi c}{e}\sqrt{\frac{m\varepsilon_0}{N}} = 33\ m}$ **Filtre passe-haut**
- Pour la vitesse de phase, on forme le rapport $\boldsymbol{v_\varphi = \frac{\omega}{k} = c\left(1 - \frac{\lambda^2}{\lambda_p^2}\right)^{-1/2}}$ et pour la vitesse de groupe, **on différencie** la relation de dispersion : $2k\ dk\ c^2 = 2\omega\ d\omega \rightarrow \boldsymbol{v_g = \frac{d\omega}{dk} = \frac{c^2}{v_\varphi} = c\left(1 - \frac{\lambda^2}{\lambda_p^2}\right)^{1/2}}$

Dans notre cas, les deux vitesses sont très proches et égales à c : Pas de correction nécessaire.

26) "Unidirectionnel" et "stationnaire" signifient que les grandeurs locales **ne dépendent que de $\boldsymbol{x}$** .

Pour justifier le caractère isentropique, le jury attend de vous les mots "**réversible**" et "**adiabatique**".
Si le second est tout à fait d'actualité de par la **rapidité** de la transformation, le premier est fantaisiste.
Une étude sérieuse nécessiterait une polytropique (Voir exercice A du TD Machines Thermodynamiques)

27 & 28) $\boldsymbol{PV^\gamma = cste \rightarrow P^{1-\gamma}T^\gamma = cste}$ $\quad H(T) = nC_{pm}T + cste = \boldsymbol{\frac{n\gamma R}{\gamma-1}T + cste}$

29) $\delta W_{\substack{pression \\ amont+aval}} = P_eA_ec_edt - P_sA_sc_sdt$ Or A_ic_idt est le volume occupé par la masse D_mdt, c'est à dire v_iD_mdt . En définitive, $\boldsymbol{\delta W_{\substack{pression \\ amont+aval}} = (P_ev_e - P_sv_s)D_mdt}$

30) $d(U + \mathcal{E}_c) = (U + \mathcal{E}_c)^{t+dt}_{P'Q'RS} + (U + \mathcal{E}_c)^{t+dt}_{SRR'S'} - (U + \mathcal{E}_c)^{t}_{PQQ'P'} - (U + \mathcal{E}_c)^{t}_{P'Q'RS} = \delta W_{\substack{pression \\ amont+aval}}$

$\Leftrightarrow (U + \mathcal{E}_c)^{t+dt}_{P'Q'RS} + \left(u_s + \frac{1}{2}c_s^2\right)D_mdt - \left(u_e + \frac{1}{2}c_e^2\right)D_mdt - (U + \mathcal{E}_c)^{t}_{P'Q'RS} = (P_ev_e - P_sv_s)D_mdt$

En régime stationnaire, la tranche $\boldsymbol{P'Q'RS}$ a une énergie constante : $\boldsymbol{\left(h_s + \frac{1}{2}c_s^2\right) - \left(h_e + \frac{1}{2}c_e^2\right) = 0}$

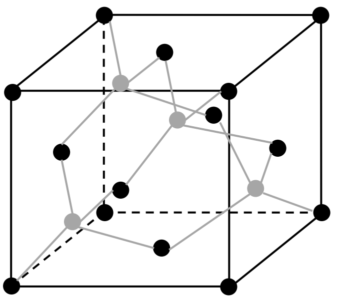
Le débit volumique étant $A(x)c(x)$, on en déduit que $\boldsymbol{D_m = \frac{A(x)c(x)}{v(x)}}$

31) $\frac{1}{2}c_S^2 = \frac{\gamma R}{(\gamma-1)M}(T_e - T_s) = \boldsymbol{\frac{C^2}{(\gamma-1)}\left(1 - \left(\frac{P_e}{P_s}\right)^{\frac{1-\gamma}{\gamma}}\right)} \rightarrow \boldsymbol{\frac{c_s}{C} = 3,6}$

32) O $\mathbf{1s^2}\ \underbrace{\mathbf{2s^2 2p^4}}$ Electrons de valence Si $[\boldsymbol{Ne}]\ \underbrace{\mathbf{3s^2 3p^2}}$ Electrons de valence Sa valence est $\mathbf{4}$**,** comme le **carbone** et le **germanium**

33) $M(Si) = 0{,}9323 * 28 + x_{29} * 29 + (1 - 0{,}9323 - x_{29}) * 30 \ \rightarrow\ x_{29} = \mathbf{3{,}54}\ \%$ et $x_{30} = \mathbf{3{,}23}\ \%$

34) On reconnait la structure du diamant. Il y a $\mathbf{8}$ atomes par mailles et leur coordinence est $\mathbf{4}$.



● Sites tétraédriques au centre des huit petits cubes de côté $\frac{a}{2}$

$$\mu = \frac{8M}{a^3 \mathcal{N}_A} \ \rightarrow\ \boldsymbol{a = 543\ pm}$$

35) Si $T < 1683\ K$, $\Delta_r H_0^1 = \mathbf{9{,}10.10^5}\ \boldsymbol{J.mol^{-1}}$ Si $1683\ K < T < 1883\ K$, $\Delta_r H_0^1 = \mathbf{9{,}6.10^5}\ \boldsymbol{J.mol^{-1}}$

En effet, la réaction est (très) **endothermique**, elle est donc favorisée à **haute température**.

36) Si $T < 1683\ K$, $\Delta_r \boldsymbol{S_0^1} = \mathbf{1{,}8.10^2}\ \boldsymbol{J.K^{-1}.mol^{-1}}$

Valeurs positives conformément à la **production de gaz**.

Si $1683\ K < T < 1883\ K$, $\Delta_r \boldsymbol{S_0^1} = \mathbf{1{,}8.10^2} + \frac{\mathbf{46.10^3}}{\mathbf{1683}} = \mathbf{2{,}1.10^2}\ \boldsymbol{J.K^{-1}.mol^{-1}}$

37) Si $1683\ K < T < 1883\ K$, $\Delta_r \boldsymbol{G_0^1} = \mathbf{9{,}6.10^5 - 2{,}1.10^2}\boldsymbol{T}$ en $J.mol^{-1}$ $\boldsymbol{K_1^0(1880\ K) = 2{,}8.10^{-16}}$

La pression du dioxygène à l'équilibre serait $\mathbf{2{,}8.10^{-16}}\ \boldsymbol{bar}$.

38) Il faut une pression du dioxygène égale à $\mathbf{0{,}20}\ \boldsymbol{bar}$: $9{,}48.10^5 - 2{,}05.10^2 T + RT \ln 0{,}20 = 0$

$\Leftrightarrow\ T = 4{,}3.10^3\ K$ **Résultat invalidé** car supérieur à $2503\ K$.

39) La dernière plage de température ($T > 2628\ K$) convient et l'on obtient $\boldsymbol{T = 3{,}8.10^3\ K}$

Cette grande valeur nécessiterait une forte consommation énergétique. De plus, tous les composés seraient alors gazeux, il faudrait isoler le dioxygène de ce mélange homogène, **la méthode est à rejeter**.

40) On envisage ces nombres d'oxydations : $no(O) = -II$ $no(Si) = IV$ $no(Ca) = II$ $no(Al) = III$

Ainsi $2x + 3y = 4n$ Si $n = 2$, $\boldsymbol{x = 1}$ et $\boldsymbol{y = 2}$ Si $n = 3$, $\boldsymbol{x = 3}$ et $\boldsymbol{y = 2}$

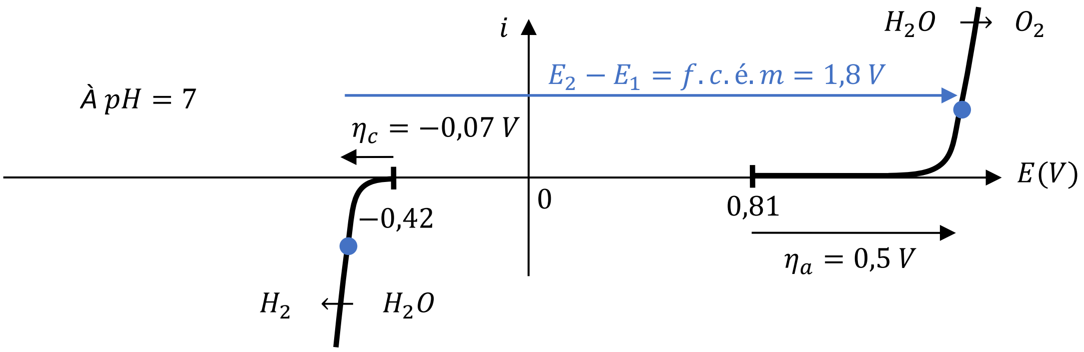
On privilégie les solutions entières non nulles !

41) $q = \frac{PV}{RT} = 6,6.10^{-2}\ mol$ → Il faut électrolyser $1,4.10^5\ mol$ d'eau, c'est-à-dire **2, 5 tonnes** ($2,5\ m^3$).

En même temps, il faudrait stocker $\mathbf{1,4.10^5}\ \boldsymbol{mol}$ de dihydrogène.

42) Cathode : $2H^+ + 2e^- \rightleftharpoons H_2$ Anode : $2H_2O \rightleftharpoons O_2 + 4e^- + 4H^+$

On choisit **l'anode et la cathode en platine** pour que la tension à appliquer soit la plus faible possible.



La chute ohmique est égale à $2\ V$ donc l'intensité vaut $\mathbf{40}\ \boldsymbol{mA}$ → $\boldsymbol{o} = \frac{I\Delta t}{4\mathcal{F}} = \mathbf{6,2.10^{-6}}\ \boldsymbol{mol.min^{-1}}$

D'un point de vue énergétique, une cellule nécessite une puissance $\boldsymbol{UI} = \mathbf{0,15}\ \boldsymbol{W}$.

Pour quatre habitants, il faut $\frac{4q}{o}$ cellules, c'est-à-dire une puissance de $6,4\ kW$ → $\mathbf{1,0.10^{11}}\ \boldsymbol{J}$ pour 6 mois.

On peut aussi raisonner ainsi : $\mathcal{E} = QU = 4n_{O_2}\mathcal{F}U = 4 * 6,9.10^4\mathcal{F}U = \mathbf{1,0.10^{11}}\ \boldsymbol{J}$

43-45) Informatique pour tous (ou presque)

46) La vitesse de libération d'un astre correspond à une énergie mécanique nulle à la surface de l'astre.

$\boldsymbol{v^2_{lib,T}} = \frac{2\mathcal{G}m_T}{R_T} = \mathbf{1,25.10^8}\ \boldsymbol{m^2.s^{-2}}$ $\boldsymbol{v^2_{lib,L}} = \frac{2\mathcal{G}m_L}{R_L} = \mathbf{5,60.10^6}\ \boldsymbol{m^2.s^{-2}}$

D'après la théorie cinétique des gaz parfaits, la vitesse quadratique **moyenne** d'une molécule vérifie la loi $v^{*2} = \frac{3kT}{m} = \frac{3RT}{M} \sim \mathbf{3.10^5}\ \boldsymbol{m^2.s^{-2}}$ $(T \sim 300\ K, M = 0,029\ kg.mol^{-1})$

Les molécules les plus rapides, à haute altitude, se sont échappées de la Lune en créant un mouvement de convection vers le haut qui en définitive a permis au gaz de s'extraire de la gravité lunaire.
D'autant plus qu'en l'absence de champ magnétique, la Lune n'est pas protégée des vents solaires qui lui "arrachent" de la matière.

Il semblerait qu'une vitesse $\boldsymbol{v^*} < \frac{\boldsymbol{v_{lib}}}{\mathbf{10}}$ soit nécessaire pour qu'un astre possède une atmosphère.

47) La gravité lunaire est environ **6 fois plus faible** que celle sur la Terre. Il est donc plus facile de s'élever sur la Lune, à chaque pas nous décollons nos deux pieds : ce n'est plus de la marche !