

1 & 2)  $m \frac{d\vec{v}}{dt} = m\vec{g} + \vec{F}_D = m\vec{g} - \frac{1}{2}\rho_a\pi R^2 C_D v\vec{v} \sim m\vec{g}$  Si  $v \ll \sqrt{\frac{2mg}{\rho_a\pi R^2 C_D}} = v_\infty$

3 à 5)  $\begin{cases} \dot{x} = 0 \\ \dot{z} = -g \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \dot{x} = v_0 \cos \theta_0 \\ \dot{z} = v_0 \sin \theta_0 - gt \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = v_0 \cos \theta_0 t \\ z = v_0 \sin \theta_0 t - \frac{g}{2}t^2 \end{cases}$  La trajectoire est **parabolique**.

6)  $z(t_M) = 0 \rightarrow t_M = \frac{2v_0 \sin \theta_0}{g} \rightarrow x_M = \frac{v_0^2 \sin 2\theta_0}{g}$  Et  $H_m = z\left(\frac{t_M}{2}\right) = \frac{v_0^2 \sin^2 \theta_0}{2g}$

7 & 9) La portée est maximale pour un angle  $\theta_0 = 45^\circ$  ( $x_M^{max} = \frac{v_0^2}{g} = 15 \text{ km}$ )

Cette portée maximale n'est pas réaliste, le modèle gravitaire est à rejeter ( $v_0 > v_\infty$ ).

8) La masse est proportionnelle à  $R^3$ . Ainsi, la vitesse  $v_\infty$  est proportionnelle à  $\sqrt{R}$ .

$n^\circ$	1	5	10
$R$ (mm)	2,0	1,5	0,875
$m$ (g)	0,38	<b>0,16</b>	0,031
$x_M$ (km)	<b>15 sin 2θ<sub>0</sub></b>	<b>15 sin 2θ<sub>0</sub></b>	<b>15 sin 2θ<sub>0</sub></b>
$H_M$ (km)	<b>7,4 sin θ<sub>0</sub></b>	<b>7,4 sin θ<sub>0</sub></b>	<b>7,4 sin θ<sub>0</sub></b>
$v_\infty$ (m.s <sup>-1</sup> )	33	<b>29</b>	22

10) Si la trajectoire est rectiligne cela signifie que l'accélération est colinéaire à la vitesse, donc  $\frac{d\vec{v}}{dt} \sim \frac{\vec{F}_D}{m}$

11 à 14)  $\frac{d\vec{v}}{dt} = -\frac{\rho_a\pi R^2 C_D}{2m} \frac{dX'}{dt} \vec{v} \Leftrightarrow \frac{d\vec{v}}{dX'} = -\frac{g}{v_0^2} \vec{v} = -\frac{1}{D} \vec{v} \Leftrightarrow \vec{v} = \vec{v}_0 e^{-\frac{X'}{D}}$

Le paramètre  $D$  est une **distance** caractéristique d'**atténuation** ( $m$ ).

$n^\circ$	1	5	10
$D$ (m)	110	<b>86</b>	50
$v_0/v_\infty$	11	<b>13</b>	17
$d$ (m)	<b>16</b>	<b>23</b>	<b>27</b>
$v_u$ (m.s <sup>-1</sup> )	270	<b>2,4.10<sup>2</sup></b>	170
$\mathcal{E}_c$ (J)	13,5	<b>4,6</b>	0,45

15) La portée utile d'un tir est la **distance maximale** parcourue par les projectiles **avec réussite** au bout.

16 & 17) Si l'information donnée concerne un tir à 40 m, une énergie cinétique de 27 J est nécessaire pour tuer un canard, cela correspond à 6 plombs numéro 5 et 60 plombs numéro 10 (toujours à 40 m).

La distance  $D$  est proportionnelle au produit "masse volumique\*rayon", les billes en fer doux doivent être plus grosses.

Comme il est dit dans le texte, l'agglutination de la grenaille est dangereuse car elle crée des projectiles plus lourds dont la portée utile est plus grande.

18) C'est une phase de chute avec frottement, la **vitesse initiale étant négligeable**.

19)  $m \frac{d\vec{v}}{dt} = m\vec{g} - \frac{1}{2}\rho_a \pi R^2 C_D v\vec{v}$  La vitesse maximale ( $\frac{d\vec{v}}{dt} = \vec{0}$ ) est bien  $\vec{v}_\infty$  !

La force de frottement aérodynamique est bien à l'origine de cette vitesse limite jamais atteinte.

20) **La gravité n'est plus négligeable** devant la force de traînée.

Le caractère asymétrique de la trajectoire indique que les frottements ne sont pas négligés.

21)  $x_M^1 \sim 2,6 \cdot 10^2 \text{ m}$      $x_M^5 \sim 2,2 \cdot 10^2 \text{ m}$      $x_M^{10} \sim 1,4 \cdot 10^2 \text{ m}$

Ce sont des valeurs inférieures à celles données par la règle grossière, la sécurité est renforcée.

22)  $\theta_{max}^1 \sim 18^\circ$      $\theta_{max}^5 \sim 17^\circ$      $\theta_{max}^{10} \sim 16^\circ$     Ces trois valeurs sont bien proches.

23)  $x_M^1 \sim 3,3 \cdot 10^2 \text{ m}$      $x_M^5 = 2,6 \cdot 10^2 \text{ m}$      $x_M^{10} = 1,7 \cdot 10^2 \text{ m}$

Soit  $x_M$  a changé de définition, soit l'expression approchée de la question 21 est fautive, soit la figure 4 est fautive ... dans tous les cas, ce problème de mécanique à l'ancienne n'est pas très intéressant.

24-26) A 1161 K l'oxyde de plomb fond :  $\Delta_r H_1^0(T > 1161 \text{ K}) = \Delta_r H_1^0(T < 1161 \text{ K}) + \Delta H_{fusion}^0(\text{PbO})$

Et  $\Delta_r S_1^0(T > 1161 \text{ K}) = \Delta_r S_1^0(T < 1161 \text{ K}) + \frac{\Delta H_{fusion}^0(\text{PbO})}{1161}$      $\Delta_r G_1^0(T)$  est continue

$\Delta_r H_1^0 = -384 \text{ kJ} \cdot \text{mol}^{-1}$     Exothermique, l'équilibre se déplace **vers la gauche** si  $T \nearrow$

$\Delta_r S_1^0 = -74,2 \text{ J} \cdot \text{K}^{-1} \cdot \text{mol}^{-1} < 0$     En accord avec **la diminution du nombre de moles de gaz**.

27 & 28)  $\Delta_r G_1^0(T) = -384 \cdot 10^3 + 74,2 T \rightarrow K_1(1273 \text{ K}) = 8 \cdot 10^{11}$     Réaction très avancée

29 & 30)  $Q = \frac{n'N^{1/2}}{n^{3/2} P^{1/2}}$     Si  $P \nearrow$      $Q \searrow$  et devient inférieur à  $K$  donc  $\Delta_r G = RT \ln\left(\frac{Q}{K(T)}\right) < 0$

L'équilibre se déplace **vers la droite** conformément au sens de **diminution du nombre de moles de gaz**.

31) La présence de diazote contribue à l'augmentation de  $Q$  donc cela **défavorise** la réaction.

L'air est néanmoins **moins cher et moins dangereux** que le dioxygène, d'où son emploi.

**Attention ! Il ne faut surtout pas traiter les Q 30 & 31 en raisonnant sur  $K(T)$  qui est une constante ici !**

32)  $(C_{p,m}^0(\text{SO}_2) + C_{p,m}^0(\text{PbO}) + 6C_{p,m}^0(\text{N}_2))(T_f - 1273) + \Delta_r H_1^0 = 0 \rightarrow T_f = 2,75 \cdot 10^3 \text{ K}$

Le grillage est possible mais il faudra **refroidir** le réacteur et bien **contrôler la température** car la fusion de la galène à 1114 °C est à éviter car **un mélange liquide "PbO + PbS"** ne serait pas le bienvenu.

33)  $K_2(873 \text{ K}) = 2 \cdot 10^8$     Réaction très avancée

34 & 35) Dans une solution aqueuse acide de  $pH < 4,2$  (aérée ou non), on a  $\text{Pb} + 2 \text{H}^+ \rightleftharpoons \text{Pb}^{2+} + \text{H}_2$ .  
Cela explique l'intoxication des canards.

Si la solution est aérée et de  $pH < 1,7$  on a de surcroît  $2\text{Pb} + \text{O}_2 + 4 \text{H}^+ \rightleftharpoons 2 \text{Pb}^{2+} + 2 \text{H}_2\text{O}$

Si  $pH > 1,7$  on a alors  $\text{Pb} + \text{O}_2 \rightleftharpoons \text{PbO}_2$

$$36) s = [Pb^{2+}] + [HPbO_2^-] = \frac{K_{s1}}{[HO^-]^2} + \frac{K_{s2}}{[H^+]} = \frac{K_{s1}[H^+]^2}{K_e^2} + \frac{K_{s2}}{[H^+]} \rightarrow \frac{ds}{d[H^+]} = \frac{2K_{s1}[H^+]}{K_e^2} - \frac{K_{s2}}{[H^+]^2}$$

Cette dérivée s'annule en  $[H^+] = \sqrt[3]{\frac{K_{s2}K_e^2}{2K_{s1}}}$  c'est-à-dire en  $pH = \frac{1}{3}(pK_{s2} + 2pK_e - pK_{s1} + \log 2) = 9,8$

La solubilité minimale vaut  $3,6 \cdot 10^{-6} \text{ mol} \cdot L^{-1} = 7,4 \cdot 10^2 \mu\text{g} \cdot L^{-1}$

**37 & 38)** Cette température est suffisamment élevée pour permettre la fusion du plomb mais elle reste raisonnable d'un point de vue "coût énergétique". De plus, l'arsenic et l'antimoine demeurent **solides**, ils s'incorporent facilement sous forme de poudre dans le plomb fondu (sous forme liquide, la miscibilité ne serait pas bonne). **Le plomb est un métal très souple**, l'alliage formé est plus dur.

Nous verrons également en fin de sujet que l'arsenic et l'antimoine favorisent la cristallisation du plomb.

**39)** Second principe :  $\Delta S = S_{éch.} + S_{cré.}$  et  $dS = \frac{\delta Q}{T} + \delta S_{cré.}$

Premier principe :  $\Delta U = Q + W_{pression} + W^*$  et  $dU = TdS - T\delta S_{cré.} - PdV + \delta W^*$

**40)** Enthalpie libre :  $G = H - TS = U + PV - TS$  Et  $dG = -SdT + VdP - T\delta S_{cré.} + \delta W^*$

Dans le cas présent  $T = cste$ ,  $P = cste$  et  $\delta W^* = 0 \rightarrow dG = -T\delta S_{cré.} \leq 0$

L'enthalpie libre diminue lors d'une évolution spontanée. Elle est minimale à l'équilibre.

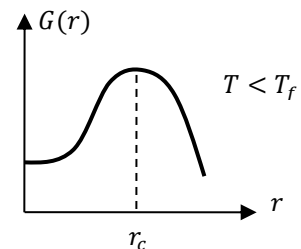
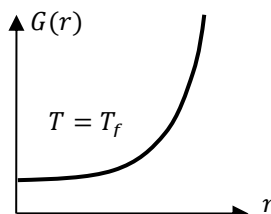
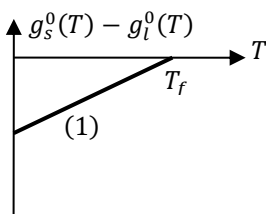
**41)** Equilibre (1 bar):  $\Delta_r G = \Delta_r G^0(T_f) = 0 \Leftrightarrow g_s^0(T_f) = g_l^0(T_f) \rightarrow \Delta_f S^0 = \frac{\Delta_f H^0}{T_f} = 8,07 \text{ J} \cdot K^{-1} \cdot \text{mol}^{-1}$

**42)**  $g_s^0(T) - g_l^0(T) = -\Delta_r G^0(T) = \frac{\Delta_f H^0}{T_f}(T - T_f) \rightarrow$  La courbe (1) est une droite de pente positive.

**43 & 44)**  $G(r) = mg_l^0(T_f) + \sigma_{sl} 4\pi r^2$  et  $dG = \sigma_{sl} 8\pi r dr \rightarrow$  Minimale en  $r = 0$ , le plomb est **liquide**.

$G(r) = mg_l^0(T) - \frac{4}{3}\pi r^3 \rho \frac{\Delta_f H^0}{T_f}(T_f - T) + \sigma_{sl} 4\pi r^2$  et  $dG = -4\pi r^2 dr \rho \frac{\Delta_f H^0}{T_f}(T_f - T) + \sigma_{sl} 8\pi r dr$

La fonction n'est pas monotone, elle présente un **minimum en  $r = 0$**  et un **maximum en  $r_c = \frac{2\sigma_{sl}T_f}{\rho\Delta_f H^0(T_f - T)}$**



**45)** La fonction  $G(r)$  est décroissante si  $T < T_f$  et si  $r > r_c = \frac{2\sigma_{sl}}{\rho(g_l^0(T) - g_s^0(T))}$

**46)**  $r_c(285^\circ\text{C}) = 0,264 \mu\text{m}$   $r_c(300^\circ\text{C}) = 0,437 \mu\text{m}$   $r_c(323^\circ\text{C}) \rightarrow \infty$  Le plomb reste liquide.

**47)** Si  $r = 0$ , **G est minimale**, le système est à l'équilibre. L'arsenic et l'antimoine jouent le rôle de graine.

**48)** Plus la température est basse, plus  $g_l^0(T) - g_s^0(T)$  est grand donc plus  **$r_c$  est petit**.

Nous voyons clairement sur la courbe de la figure 7 que le changement d'état ne débute qu'en dessous de  $T = 323^\circ\text{C}$ . Ce début de cristallisation étant rapide, la chaleur dégagée permet au système d'atteindre la température d'équilibre de changement d'état et de s'y maintenir jusqu'à la fin de la solidification.