

1) Le référentiel **E-centrique**  $\mathcal{R}_g$  en translation par rapport au référentiel de Copernic sera considéré galiléen. Dans le référentiel **P-centrique**  $\mathcal{R}_{ng}$  en translation circulaire par rapport à  $\mathcal{R}_g$ , le point  $P$  subit **l'attraction gravitationnelle et la force d'inertie d'entraînement** :

A l'équilibre, 
$$-\frac{GM_E M_P}{r_P^3} \vec{r}_P + M_P \frac{4\pi^2}{T_P^2} \vec{r}_P = \vec{0} \Leftrightarrow \frac{r_P^3}{T_P^2} = \frac{GM_E}{4\pi^2}$$

2) D'après la loi précédente ( $P$  jouant le rôle de  $E$ ), 
$$M_P = \frac{4\pi^2 (R_P + h)^3}{GT^2} = 1,51 \cdot 10^{24} \text{ kg}$$

Les structures semblent **différentes**, les densités moyennes sont éloignées ( $d_p = 2,89$  ;  $d_T = 5,51$ ).

Si la planète avait un noyau semblable à celui de la Terre, la densité moyenne de la croûte et du manteau serait de 0,62 !

3) 
$$\oint \vec{G} \cdot d\vec{S}_{ext} = -4\pi G M_{int} \rightarrow G = 4,03 \text{ m} \cdot \text{s}^{-2}$$

4)  $\vec{g}(M) = \vec{G} - \vec{a}_e(M)$  Avec  $\vec{a}_e(M)$ , l'accélération d'entraînement en  $M$  du référentiel planétaire par rapport au référentiel  $P$ -centrique. Aux pôles, cette accélération est nulle ( $\vec{g}_p = \vec{G}$ ), à l'équateur elle est maximale ( $\vec{g}_e = \vec{G} - R_P \frac{4\pi^2}{T_P^2} = 3,99 \text{ m} \cdot \text{s}^{-2}$ ). L'écart est de 1 %, le dispositif proposé est un peu juste notamment à cause du frottement de l'air. Il faut se rapprocher du vide, on pourrait alors avec une caméra rapide (moins de 0,01 s entre deux images) procéder à la mesure. On peut aussi évaluer la période propre d'un pendule très peu amorti ... Il existe des instruments optiques type "Michelson" plus performants : L'un des miroirs est fixe, l'autre (coin de cube) est en chute libre (dans le vide), on compte le nombre de franges qui défilent et on accède ainsi à  $g$ . (Exercice 2.3 du TD Optique ondulatoire)

5) La vitesse de libération correspond à une **énergie mécanique nulle** : 
$$v = \sqrt{\frac{2GM_P}{R_P}} = 6,35 \text{ km} \cdot \text{s}^{-1}$$

6) Les distributions de vitesses montrent clairement que **les gaz proposés sont retenus par la gravité**. L'atmosphère peut contenir de l'hélium ( $4 \text{ g} \cdot \text{mol}^{-1}$ ), de l'eau ( $18 \text{ g} \cdot \text{mol}^{-1}$ ), du dioxygène ( $32 \text{ g} \cdot \text{mol}^{-1}$ ) et même de l'éthanal ( $44 \text{ g} \cdot \text{mol}^{-1}$ ) si des pommiers poussaient sur cette planète.

7) D'après le théorème d'équipartition de l'énergie, la valeur moyenne d'un terme énergétique quadratique est  $\frac{kT}{2} : \langle \frac{1}{2} m v^2 \rangle = \frac{3}{2} kT \rightarrow \sqrt{\langle v^2 \rangle} = \sqrt{\frac{3RT}{M}} = 475 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$  C'est cohérent :  $v_{pp} = 380 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$

8) Le demi grand axe  $a_j$  est vu depuis 51-Pégase sous un angle de  $2 \cdot 10^{-6} \text{ rad}$ , la séparation de Jupiter du Soleil **serait possible dans le visible** (et dans l'infra rouge à condition que  $\lambda < 3 \mu\text{m}$ )  
Malheureusement, les exo planètes sont souvent **"trop petites" et pas assez lumineuses**, leur observation directe est impossible à cause de la présence de l'étoile dans le champ de vision.

9 & 10)  $v_r = v_G - v \sin \theta \rightarrow \delta f = f \frac{v}{c}$  La période de la fréquence perçue est  $T \rightarrow GE = \frac{vT}{2\pi} = \frac{\delta f c T}{2\pi f}$

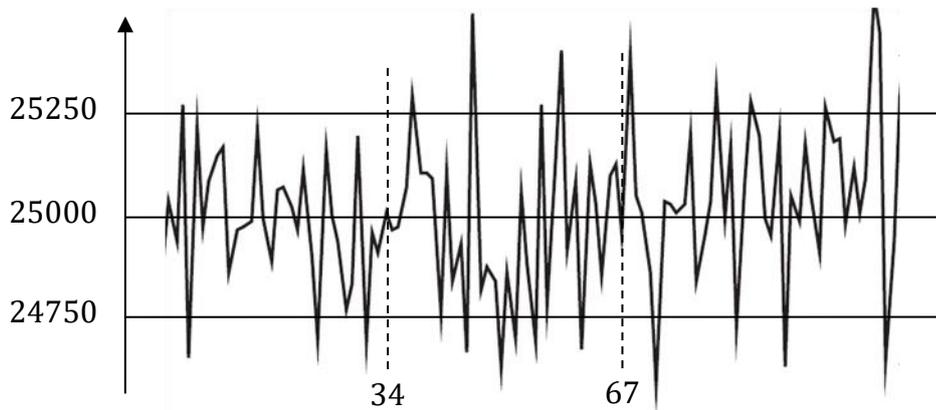
Les premières exo planètes découvertes étaient proches de leur étoile car **la période  $T$  était alors suffisamment faible** pour être compatible avec une observation de durée raisonnable.

Ne pas oublier également que la Terre bouge ... plus les mesures sont longues, plus il faut de corrections.

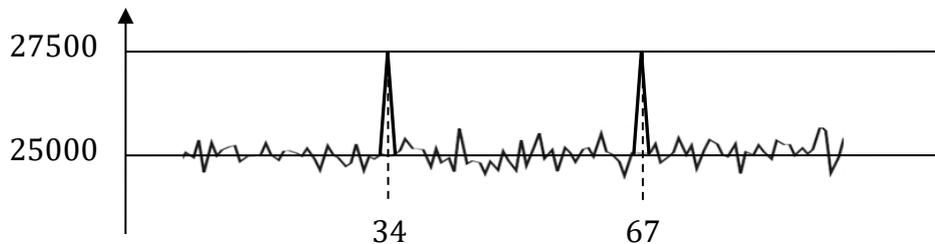
11) D'après la troisième loi de Kepler,  $PE \sim \sqrt[3]{\frac{GM_E T^2}{4\pi^2}}$  et on en déduit  $M_P$  par  $M_P = \frac{M_E GE}{PE - GE}$

12) La vitesse de Jupiter autour du Soleil vaut environ  $\frac{2\pi a_J}{T_J}$ , c'est-à-dire  $13 \text{ km.s}^{-1} \rightarrow \frac{\delta f}{f} \sim 4,4 \cdot 10^{-5}$

13)

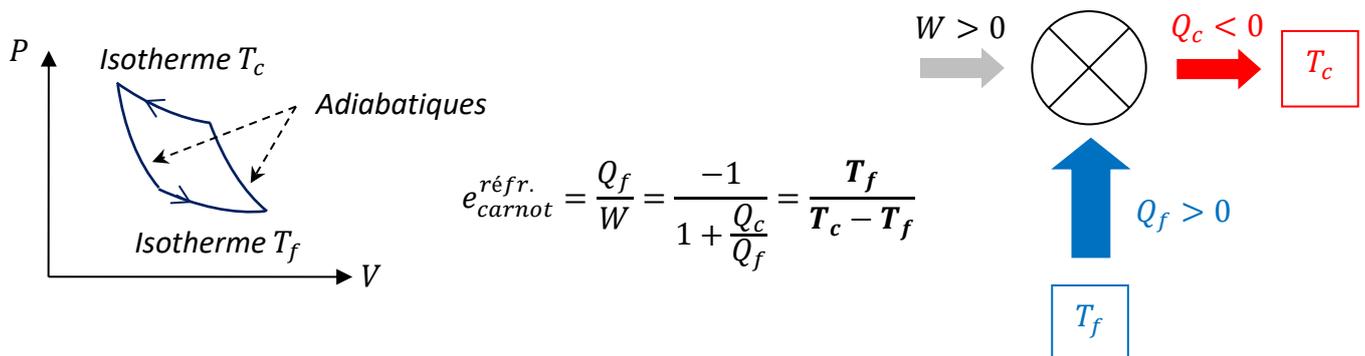


14) Avec une seule acquisition, l'augmentation de 1 serait **indétectable car inférieure à  $\sigma = 5$** . Par contre, pour 2500 acquisitions, l'augmentation de 2500 du signal aux abscisses 34 et 67 sera **détectable car elle sera bien supérieure à la dispersion  $50\sigma = 250$** .



15) On peut choisir le critère suivant :  $n s_p > 2\sqrt{n}\sigma \Leftrightarrow n > \frac{4\sigma^2}{s_p^2}$  ( $n > 100$  dans notre exemple)

16) Le réfrigérateur le plus performant s'appuie sur un cycle de Carnot. Les deux principes appliqués sur un nombre entier de cycles nous indiquent que :  $W + Q_f + Q_c = 0$  Et  $\frac{Q_f}{T_f} + \frac{Q_c}{T_c} = 0$

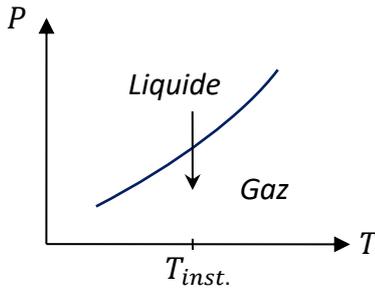


17)  $P_{\text{elec},1}^{\text{mini}} = \frac{3}{2} P_{\text{th},1} = 1,5 \text{ W}$   $P_{\text{elec},2}^{\text{mini}} = 4 P_{\text{th},2} = 60 \text{ mW}$

18) L'énergie interne étant proportionnelle à la température (en Kelvin !), un réfrigérateur doit évacuer un rapport  $\frac{T_c - T_f}{T_c}$  de l'énergie thermique de son contenu. Pour un appareil domestique, le chiffre de 7% correspond en effet à une situation d'été ( $T_c = 27^\circ\text{C}$  ;  $T_f = 6^\circ\text{C}$ ). Dans le cas du satellite Planck :

$$T_{c,1} = 50 \text{ K} \text{ Et } T_{f,1} = 20 \text{ K} \rightarrow \frac{30}{50} = 60 \% \quad T_{c,2} = 20 \text{ K} \text{ Et } T_{f,2} = 4 \text{ K} \rightarrow \frac{16}{20} = 80 \%$$

19) Si le circuit est ouvert, la **pression diminue** et la vaporisation se produit :



On contrôle la température d'un mélange liquide-gaz en imposant la **pression (système monovariant)**.

Si l'on veut que l'hélium décrive un cycle, un **compresseur** est alors nécessaire.

20) Un bilan de puissance sur la tranche  $dx$  située en  $x$  nous permet d'écrire que la différence des puissances transmises est égale à la puissance absorbée :  $P(x) - P(x + dx) = AP(x)dx$  A Constante Equation que l'on intègre ainsi  $P(x) = P(0)e^{-Ax} = P(0)e^{-\frac{x}{\delta}}$  →  $\lambda = \frac{10l}{\delta \ln 10}$

21)  $\mathcal{R}_E^{db} - \mathcal{R}_S^{db} = \lambda$  Le signal de sortie est utilisable si au minimum  $\mathcal{R}_S^{db} > 0$ .

Le facteur d'atténuation  $\lambda$  étant proportionnel à la longueur  $l$ , il faut introduire régulièrement des **amplificateurs de signaux**.

$$22) F = \mathcal{R}_E^{db} - \mathcal{R}_S^{db} = 10 \log \left( \frac{P_E P_{BS}}{P_{BE} P_S} \right) = 10 \log \left( \frac{P_{BS}}{\gamma P_{BE}} \right) \Leftrightarrow \frac{P_{BS}}{P_{BE}} = \gamma 10^{\frac{F}{10}}$$

$$23) \text{D'après la formule de récurrence donnée, } P_{S2} = \gamma_2(P_{S1} - P_{BE}) + P_{BS2} = \gamma_2(P_{S1} - P_{BE}) + f_2 \gamma_2 P_{BE} \\ = \gamma_2(f_1 \gamma_1 - 1 + f_2) P_{BE} = \gamma_{12} \left( f_1 + \frac{f_2 - 1}{\gamma_1} \right) P_{BE}$$

On identifie alors le coefficient  $f_{12} = f_1 + \frac{f_2 - 1}{\gamma_1}$

$$24) \text{Le même calcul donne au rang suivant, } P_{S3} = \gamma_3(P_{S2} - P_{BE}) + P_{BS3} = \gamma_{13} \left( f_1 + \frac{f_2 - 1}{\gamma_1} + \frac{f_3 - 1}{\gamma_1 \gamma_2} \right) P_{BE}$$

$$\text{On en déduit la loi de Friis : } f_{1n} = f_1 + \frac{f_2 - 1}{\gamma_1} + \frac{f_3 - 1}{\gamma_1 \gamma_2} + \dots + \frac{f_n - 1}{\gamma_1 \gamma_2 \dots \gamma_{n-1}}$$

Dans l'association en cascade de  $n$  amplificateurs ( $\gamma_k > 1$ ), c'est le premier facteur de bruit  $f_1$  qui sera déterminant. Le **premier amplificateur** déterminera la qualité de la chaîne en termes de gestion du bruit.

$$25) \langle E_c \rangle = \frac{1}{2} C \langle U^2 + 2U b(t) + b^2(t) \rangle = \frac{1}{2} C (U^2 + \sigma_b^2)$$

26)  $\sigma_b = \sqrt{\frac{kT}{C}}$  Si  $C$  augmente, la dispersion en tension due au bruit est moindre (comparable à l'inertie).

A température ambiante,  $\sigma_b \sim 3 \cdot 10^{-7} \text{ V}$  : C'est faible, on comprend pourquoi nous n'en tenons pas compte dans les situations usuelles en électricité.