

1) La photographie se situe entre les instants 3 & 4.

2) $\sin \theta_d \sim \theta_d \sim \frac{\lambda}{2R_T} \sim 5 \cdot 10^{-14} \text{ rad} \rightarrow a_d \sim r_L \theta_d \sim 2 \cdot 10^{-5} \text{ m}$ Eclairage **impossible** par diffraction
La lune pourrait être éclairée par Vénus, Mars, des étoiles ... ou bien par un Dieu Maya !

3) Une tranche de gaz de section S comprise entre les altitudes Z et $Z + dZ$ est à l'équilibre isotherme :

$$\sum \vec{F} = \vec{0} \rightarrow S[P(Z) - P(Z + dZ)] - \rho(Z)SdZg = 0 \Leftrightarrow \frac{dP}{dZ} = -\rho_a(Z)g \quad \text{Or } \rho_a(Z) = \frac{M_a}{RT/P(Z)}$$

$$\frac{d\rho_a}{\rho_a} = -\frac{M_a g}{RT} dZ \rightarrow \rho_a(Z) = \rho_a(0) \exp\left(-\frac{M_a g Z}{RT}\right) = \rho_a(0) \exp\left(-\frac{Z}{H_c}\right) \quad \text{Avec } H_c = \frac{RT}{M_a g} \sim 8,6 \text{ km}$$

4) $\rho_a(0) = 1,2 \text{ kg} \cdot \text{m}^{-3}$ Comparons $\rho_a(Z_e) \sim \frac{1}{3} \rho_a(0)$ et $\rho_a(Z_e) = \frac{M_a P(Z_e)}{RT} \sim 0,37 \text{ kg} \cdot \text{m}^{-3}$

L'atmosphère n'est pas isotherme mais l'influence des variations de T est **faible** tant que Z ne dépasse pas trop H_c (Plus de détails dans le cours "Thermodynamique statistique" page 3). Le modèle est **réaliste**.

5) $\vec{E} = E_m \vec{e}_y \cos\left(\omega\left(t - \frac{x}{c}\right)\right) \quad \vec{B} = \frac{\vec{e}_x \wedge \vec{E}}{c} = \frac{E_m}{c} \vec{e}_z \cos\left(\omega\left(t - \frac{x}{c}\right)\right)$

Les représentations de $E_y(x)$ et $B_z(x)$ sont deux sinusoides **en phase** de période $\lambda = \frac{2\pi c}{\omega}$

6 & 7) $\vec{R} = \frac{E_m^2}{\mu_0 c} \vec{e}_x \cos^2\left(\omega\left(t - \frac{x}{c}\right)\right) \quad I_0 = \langle \|\vec{R}\| \rangle = \frac{E_m^2}{2\mu_0 c} \rightarrow E_m = 9 \cdot 10^2 \text{ V} \cdot \text{m}^{-1} \quad \eta_a(x) = \frac{N_A}{M_a} \rho_a(x)$

8) $[I(x) - I(x + dx)]S = [\eta_a(x)\mathcal{P}_a(x) + \eta_p(x)\mathcal{P}_p(x)]Sdx$ Au premier ordre en dx

La puissance entrant en x moins celle sortant en $x + dx$ est égale à la puissance diffusée et absorbée.

$$\frac{dI}{dx} + \left[k_a \left(\frac{\omega}{\omega_0}\right)^4 \eta_a(x) + k_p \eta_p(x) \right] I(x) = 0$$

9) En effet, $I(x) = I(0) \exp\left[-k_a \left(\frac{\omega}{\omega_0}\right)^4 \int_0^x \eta_a(\xi) d\xi - k_p \int_0^x \eta_p(\xi) d\xi\right]$

10) Il y a réfraction car le milieu **n'est pas homogène**. En chaque point M on peut définir une surface dioptrique ($n = \text{cste}$) et appliquer localement les lois de Descartes. Le rayon lumineux n'est pas rectiligne. [Voir exercice 5.c du TD Optique géométrique]

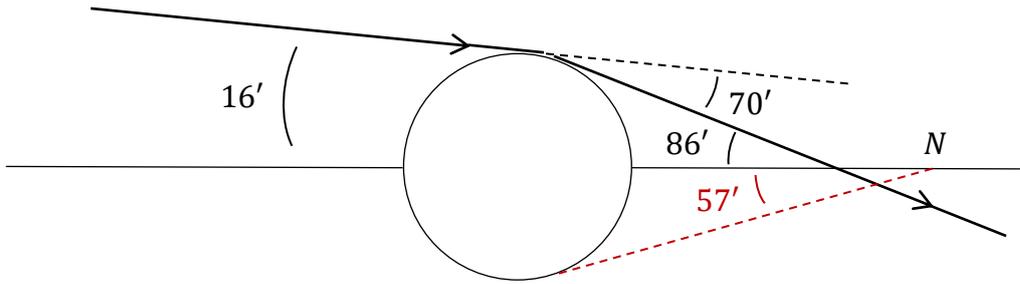
11) $\sqrt{\frac{(R_T + Z)^2}{(R_T + Z_0)^2} - 1} \sim \sqrt{\frac{2u}{R_T}}; dn = \frac{\varepsilon \lambda}{\rho_a(0)} d\rho_a; \rho_a(u) = \rho_a(Z_0) \exp\left(-\frac{u}{H_c}\right) \rightarrow d\rho_a = -\frac{\rho_a(Z_0)}{H_c} \exp\left(-\frac{u}{H_c}\right) du$

12) $\theta_d \sim 2 \frac{\varepsilon \lambda \rho_a(Z_0)}{\rho_a(0) H_c} \int_0^{u_{max}} \sqrt{\frac{R_T}{2u}} \exp\left(-\frac{u}{H_c}\right) du$ La borne $n = n_0$ correspond à $u = 0$ alors que la borne $n = 1$ correspond à la sortie de l'atmosphère ($u = u_{max}$). La donnée de l'intégrale de Gauss suggère que l'intégrale peut être étendue jusqu'à l'infini malgré l'approximation $u \ll R_T$ (l'exponentielle écrase tout !)

On pose $v = \frac{u}{H_c}$ et on obtient $\theta_d \sim \varepsilon \lambda \sqrt{\frac{2\pi R_T}{H_c}} \exp\left(-\frac{Z_0}{H_c}\right); Z_m = 0$ Plus long parcours dans l'atmosphère

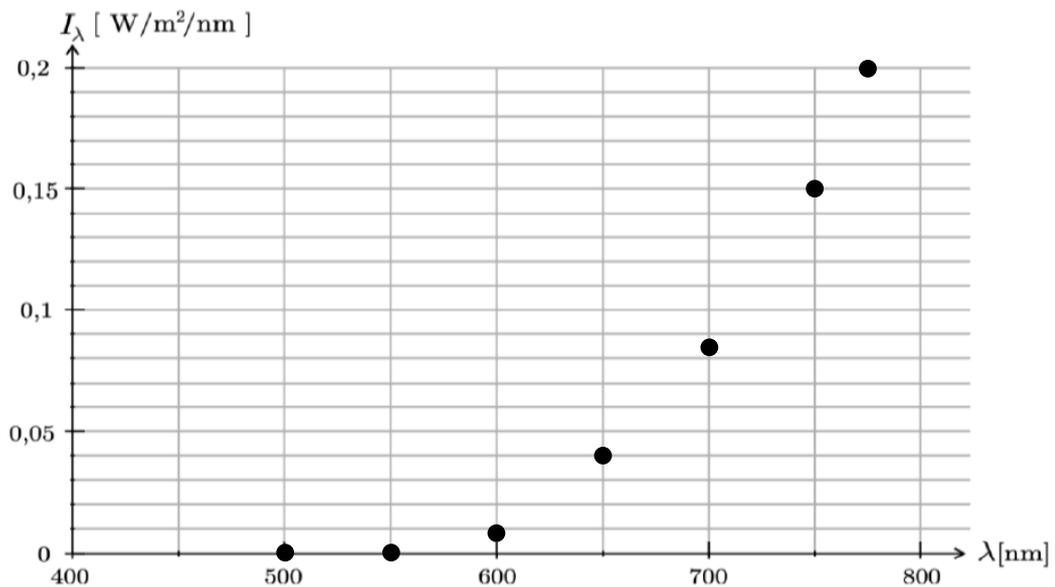
13) Si $\delta\lambda \ll \lambda$, $\delta\theta_d \sim -2\Theta(Z_0) \frac{\lambda_T^2}{\lambda^3} \delta\lambda$ [$a \sqrt{\frac{2\pi R_T}{H_c}} = 69'$ \rightarrow On retrouve bien l'ordre de grandeur donné]

14) L'atmosphère est **capable** d'éclairer le point N car l'inclinaison maximale est égale à $86' > 57'$



15) La Lune occultée n'est éclairée que par les rayons déviés par l'atmosphère. Celle-ci absorbe le bleu, le vert et à un degré moindre le jaune : La couleur de la Lune est **rouge** (Lune cuivrée ou Lune de sang ...)

C'est le terme en $\left(\frac{\omega}{\omega_0}\right)^4$ qui est responsable de l'effondrement de l'intensité à haute fréquence.



De la même façon, le Soleil en début et fin de journée apparaît rouge-orangé.

La lumière en provenance du Soleil traverse alors l'atmosphère sur une plus grande longueur.

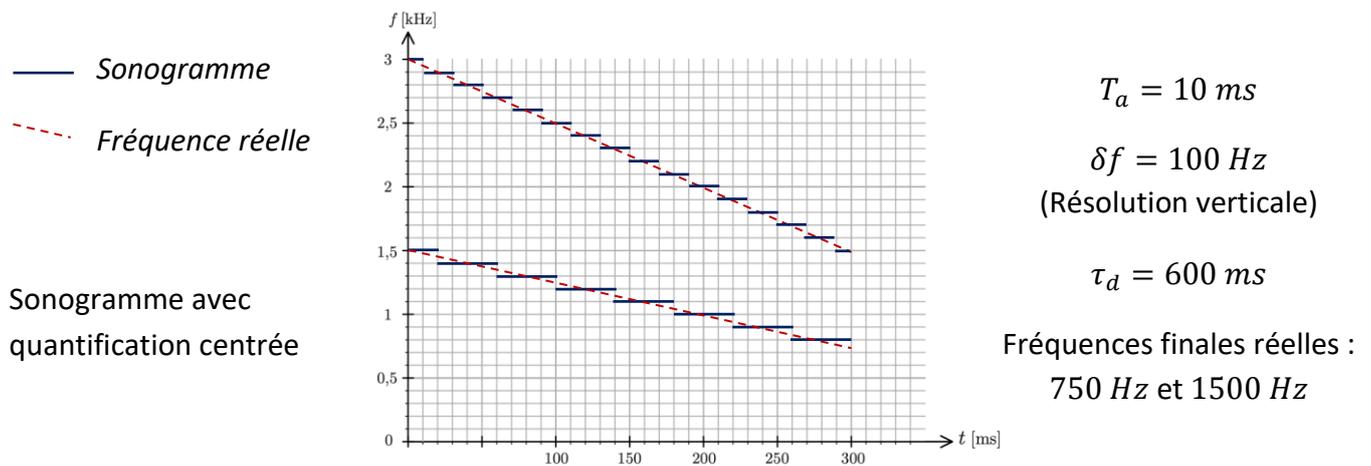
16) $f_1 = 1,5 \text{ kHz}$ $20 \log\left(\frac{a_2}{a_1}\right) = -50 \text{ dB} \rightarrow a_2 = 10^{-2,5} a_1 = \frac{a_1}{316} = 0,32 \text{ mV}$

17) $f_{e,min} = 6 \text{ kHz}$ $T_a = 10 \text{ ms}$

18) L'analyse spectrale s'effectue sur des enregistrements de durée T_a , δf dépend de T_a .

Le sonogramme est constitué de $f_M/\delta f$ lignes et τ/T_a colonnes, le nombre de pixels est $\tau f_M = 1,8 \cdot 10^3$

19) Il faut que la durée des intervalles d'acquisition soit très inférieure à τ_d : $T_a \ll \tau_d$



20) $\tau_q = 0,15 \text{ s}$ $f_{q,1} = 5,5 \cdot 10^2 \text{ Hz}$ $f_{q,2} = 1,1 \text{ kHz}$ $f_{q,3} = 1,7 \text{ kHz}$ $f_{q,4} = 2,2 \text{ kHz}$

21) $\Psi(S_n, t) = s\left(t - \frac{d_n}{c_s}\right)$ $\Psi'(S, t) = \Psi\left(S_n, t - \frac{d_n}{c_s}\right) = \kappa \Psi\left(S_n, t - \frac{d_n}{c_s}\right) = \kappa s\left(t - 2\frac{d_n}{c_s}\right)$

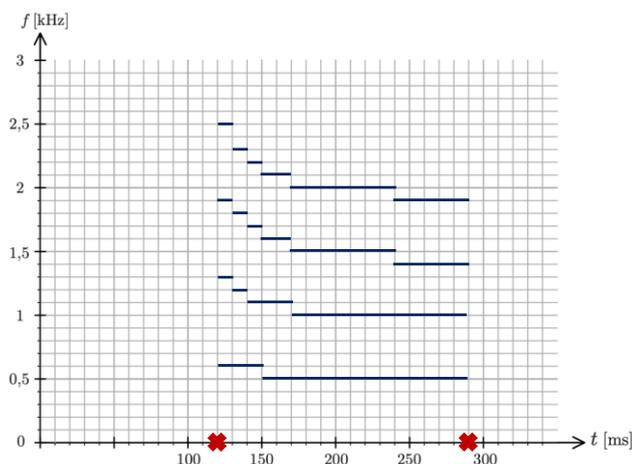
22-24) $\phi'_n(t) = \omega t - 2\frac{\omega}{c_s} d_n \rightarrow \Delta\phi'_n = 2\frac{\omega}{c_s} (d_{n+1} - d_n) = m2\pi \rightarrow v_m = \frac{m c_s}{2(d_{n+1} - d_n)}$ $m \in \mathbb{N}^*$

25) $d_n = \sqrt{a^2 + 2nab + 2n^2 b^2} \rightarrow d_{n+1}^2 - d_n^2 = 2(2n+1)b^2 + 2ab \sim 2d_n(d_{n+1} - d_n)$

On en déduit que $v_1 = \frac{c_s d_n}{2(2n+1)b^2 + 2ab} \rightarrow g(n) = \left(1 + (2n+1)\frac{b}{a}\right)^{-1}$

26) $d_N = 50 \text{ m}$ $t_1 = \frac{2a}{c_s} = 0,12 \text{ s}$ $t_N = \frac{2d_N}{c_s} = 0,29 \text{ s}$ L'écho dure 0,17 s environ.

27-29) $v_1(t_1) = 6,3 \cdot 10^2 \text{ Hz}$ $v_1(t_N) = 4,8 \cdot 10^2 \text{ Hz}$



Les deux sonogrammes sont en effet **semblables**. Seules les durées du fondamental et de la troisième harmonique diffèrent.

Les fréquences v_m sont très légèrement plus faibles. L'écart fréquentiel est **négligeable** au vu de la résolution spectrale (100 Hz).

Un quetzal adulte devrait avoir un chant **plus grave** (cavités plus grandes), l'accord serait a priori meilleur.