

1) Dans \mathcal{R} terrestre galiléen, le poids est la force gravitationnelle subie par $M(m)$: $\vec{F}_{poids} = \frac{GM_T m}{CM^2} \vec{u} = m\vec{g}$ avec C , le centre de la Terre. On néglige ici l'effet de la rotation de la Terre sur elle-même.

Dans \mathcal{R}' non galiléen en translation par rapport à \mathcal{R} , $\vec{F}_{ie} = -m\vec{\gamma}_e$ et $\vec{F}_{poids,app} = m(\vec{g} - \vec{\gamma}_e)$

2) Si \mathcal{R}' (lié à la centrifugeuse) est en rotation pure uniforme dans \mathcal{R} , $\vec{F}_{ie} = -m\vec{\gamma}_e(M) = m\omega^2 \overline{HM}$ avec H , le projeté de M sur l'axe fixe de rotation.

En position haute, le poids apparent est minimal et vaut $m(g_0 - r\omega^2)\vec{u}$ alors qu'en position basse, le poids apparent est maximal et vaut $m(g_0 + r\omega^2)\vec{u} \rightarrow \omega = \sqrt{3g_0/r} = 3,8 \text{ rad.s}^{-1}$

3) Lors de cette phase, le référentiel \mathcal{R}' lié à un point fixe de l'avion mais en translation par rapport à \mathcal{R} , a pour accélération $\vec{\gamma}_e = \vec{g} \rightarrow \vec{F}_{poids,app} = \vec{0}$

En l'absence de frottement, la deuxième loi de Newton projetée sur la verticale ascendante donne :

$$\frac{dV_z}{dt} = -g_0 \rightarrow V_z(t) = -g_0 t + V_0 \sin \alpha \rightarrow \Delta t = \frac{2V_0 \sin \alpha}{g_0} = 30 \text{ s}$$

$$4) a = \frac{r_{max} + r_{min}}{2} = 6691 \text{ km} \rightarrow v = \sqrt{\frac{GM_T}{a}} = R_T \sqrt{\frac{g_0}{a}} = 2,78 \cdot 10^4 \text{ km.h}^{-1} \rightarrow T = \frac{2\pi a}{v} = 1,51 \text{ h}$$

5) L'énergie mécanique du satellite avant son lancement est $\mathcal{E}_{m,i} = -\frac{GM_T m}{R_T} + \frac{1}{2} m(R_T \cos \lambda \omega_T)^2$
négligeable en fait

alors que celle, une fois placé en orbite, vaut $\mathcal{E}_{m,f} = -\frac{GM_T m}{a} + \frac{1}{2} m v^2 = -\frac{GM_T m}{2a}$

L'énergie nécessaire est au moins égal à $\mathcal{E}_{m,f} - \mathcal{E}_{m,i} = m g_0 R_T \left(1 - \frac{R_T}{2a}\right) - \frac{1}{2} m (R_T \cos \lambda \omega_T)^2 = 32,7 \text{ GJ}$

Evidemment, l'énergie à fournir est beaucoup plus grande car il faut **lancer la fusée** et tenir compte des **frottements** dans l'atmosphère.

$$6) \frac{\theta}{T} = \frac{2 \arccos(R_T/a)}{2\pi} = \frac{\arccos(R_T/a)}{\pi} = 9,9 \%$$

$$7) \text{ Il y a décollage si } \frac{dv}{dt} > 0 \rightarrow D_m = -\frac{dm}{dt} > \frac{m_0 g_0}{u}$$

Lors de la première phase avec combustion, on a $\frac{dv}{dt} = \frac{m_{comb} \alpha u}{m_0 - m_{comb} \alpha t} - g_0$

$$\rightarrow v_1 = [-u \ln(m_0 - m_{comb} \alpha t) - g_0 t]_0^{1/\alpha} = u \ln\left(\frac{m_0}{M}\right) - \frac{g_0}{\alpha} = 2,2 \text{ km.s}^{-1} \quad h = 1,3 \cdot 10^2 \text{ km}$$

Lors de la deuxième phase, on a $\frac{dv}{dt} = -g_0 \rightarrow v_1 = \left(t_2 - \frac{1}{\alpha}\right) g_0 \rightarrow t_2 = \frac{v_1}{g_0} + \frac{1}{\alpha} = 4,2 \cdot 10^2 \text{ s}$

$$\frac{v_1^2}{2} = g_0(H - h) \rightarrow H = \frac{v_1^2}{2g_0} + h = 3,8 \cdot 10^2 \text{ km} \quad \frac{G(H)}{g_0} = \frac{GM_T}{g_0(R_T + H)^2} = \frac{g_0 R_T^2}{(R_T + H)^2} = 89 \%$$

C'est raisonnable, d'autant plus que le reste de la modélisation est très grossière (absence de frottement, trajectoire rectiligne, lanceur à étage unique, masse de combustible sous-évaluée ...).

Comment, dans ces conditions, commenter les valeurs obtenues pour h et H ?

La durée entre le départ de la fusée et la mise sur orbite est d'une dizaine de minutes.

8) La date de la mise sur orbite est le 18 mars à 07: 10, la date de fin de la première orbite est donc le **18 mars à 08: 40** → La sortie débute bien à la fin de la première orbite.

Les manœuvres de retour ont débuté le 19 mars vers 8: 35, soit 25 heures et demi environ après la mise sur orbite. Le vaisseau a alors effectué **17 tours**.

9) La figure 6 est surprenante : Le surplus de vitesse étant très faible, si la trajectoire du vaisseau est supposée circulaire alors celle du capuchon l'est également ...

Suivons néanmoins l'énoncé, la trajectoire du vaisseau sera supposée parfaitement circulaire. Par contre, nous n'utiliserons pas la loi des aires mais plutôt la loi de conservation de l'énergie mécanique pour trouver le demi-grand axe de l'ellipse décrite par le capuchon et la troisième loi de Kepler pour évaluer sa période.

Comme \vec{v}_0 est radiale, l'énergie du capuchon est $\mathcal{E}_{m,C} = -\frac{GM_T m_C}{a} + \frac{m_C}{2}(v^2 + v_0^2) = \frac{m_C}{2}(v_0^2 - v^2)$

Si a_C est le demi-grand axe de l'ellipse décrite par le capuchon alors on peut écrire

$$\frac{m_C}{2}(v_0^2 - v^2) = -\frac{GM_T m_C}{2a_C} \rightarrow a_C = \frac{GM_T}{v^2 - v_0^2} = \frac{a}{1 - v_0^2/v^2}$$

Grâce à la troisième loi de Kepler, on en déduit la période T_C du mouvement du capuchon :

$$\frac{T_C^2}{a_C^3} = \frac{T^2}{a^3} \rightarrow T_C = T \left(1 - \frac{v_0^2}{v^2}\right)^{-3/2} \sim T \left(1 + \frac{3v_0^2}{2v^2}\right) \rightarrow T_C - T \sim \frac{3Tv_0^2}{2v^2}$$

Si $v_0 \sim 0,1 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1} \rightarrow T_C - T \sim 1 \mu\text{s} \rightarrow v(T_C - T) \sim 1 \text{ cm}$ Cette valeur correspond à peu de choses près à la distance entre le cosmonaute et le capuchon après une révolution : la récupération est aisée.

Par contre, si $v_0 \sim 1 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1} \rightarrow T_C - T \sim 0,1 \text{ ms} \rightarrow v(T_C - T) \sim 1 \text{ m}$ C'est limite !

10) $\Delta_r G = RT \ln\left(\frac{Q}{K(T)}\right) = RT \ln\left(\frac{P_{N_2} c^0}{P^0 [N_2] K(T)}\right)$

Lorsque la pression diminue, $\Delta_r G < 0 \rightarrow$ L'équilibre se déplace vers la droite (formation de $N_{2,g}$)

Pour maintenir un **taux d'humidité suffisant**, une pressurisation de la combinaison est nécessaire.

En effet, si la pression est inférieure à P_{sat} , la totalité de l'eau rejetée par le corps humain devient gazeuse.

Sans cela, le cosmonaute s'épuiserait en quelques secondes à cause d'une trop forte déshydratation.

11) L'onde est **plane, progressive** dans la direction \vec{e}_z et **polarisée rectilignement** suivant \vec{e}_x (**transverse**).

Les cations (trop lourds) sont supposés immobiles. On néglige la force de frottement (plasma peu dense) et la force magnétique subie par les électrons car ceux-ci sont non relativistes.

D'après la deuxième loi de Newton, leur vitesse est $\vec{v} = i \frac{e \vec{E}}{m_e \omega} \rightarrow \vec{j} = -ne\vec{v} = -i \frac{ne^2}{m_e \omega} \vec{E}$

On suppose le plasma localement neutre ($\rho = 0$) car $\omega \neq \omega_c$, écrivons les équations de Maxwell dans \mathbb{C} :

$$\vec{k} \cdot \vec{E} = 0 \quad \vec{k} \cdot \vec{B} = 0 \quad (\text{Transverses}) \quad -i\vec{k} \wedge \vec{E} = -i\omega \vec{B} \quad -i\vec{k} \wedge \vec{B} = \mu_0 \gamma \vec{E} + i \frac{\omega}{c^2} \vec{E} = \frac{i}{\omega c^2} (\omega^2 - \omega_c^2) \vec{E}$$

La relation du trièdre est vérifiée dans \mathbb{C} , \vec{B} est dirigé selon \vec{e}_y .

$$\rightarrow \vec{k} \wedge (\vec{k} \wedge \vec{E}) = - \left(\frac{\omega^2 - \omega_c^2}{c^2} \right) \vec{E} \rightarrow \mathbf{k}^2 = \frac{\omega^2 - \omega_c^2}{c^2}$$

Si $\omega > \omega_c$, l'onde **se propage** car $k \in \mathbb{R}$ (O.P.P.H.). La relation du trièdre est alors vérifiée dans \mathbb{R} .

Si on note λ la longueur d'onde dans le vide ($\lambda = \frac{2\pi c}{\omega}$), il y a propagation si $\lambda < \lambda_c$.

Le milieu est dispersif car $\frac{\omega}{k} \neq cste \rightarrow v_g = \frac{d\omega}{dk} = \frac{c^2}{\omega/k} = c \sqrt{1 - \frac{\lambda^2}{\lambda_c^2}}$ La vitesse de groupe étant

la vitesse du paquet d'onde, les sons aigus (longueur d'onde petite) arriveront les premiers.

Mais les sons modulés, graves ou aigus, ont un spectre resserré autour de la fréquence du signal porteur (plusieurs MHz), **ils arrivent à très peu de choses près au même instant.**

$f_{c,jour} = 9,0 \text{ MHz}$ $f_{c,nuit} = 1,3 \text{ MHz}$ \rightarrow La fréquence de 20 MHz est satisfaisante car supérieure à f_c

Les longueurs d'onde qui vont se réfléchir le jour (resp. la nuit) sont supérieures à 34 m ($2,4 \cdot 10^2 \text{ m}$) ... ?

Lors du freinage, le plasma enveloppant le vaisseau a pour fréquence de coupure **0,28 GHz > 20 MHz**

12) Les interférences à l'infini sont constructives si la différence de marche δ entre deux ondes voisines est un multiple de la longueur d'onde. Pour une réception à l'infini, $\delta = d \cos \theta_p = p\lambda$ avec $p \in \mathbb{Z}$

Plus le nombre d'antennes N est grand, plus la largeur angulaire des pics d'interférences est **petite**.

En effet, l'intensité totale s'annule en $\Delta\Phi = \frac{2\pi d \cos \theta}{\lambda} = \pm \frac{2\pi}{N} [2\pi]$

Pour une antenne, $I = \frac{K}{2} s s^* = \frac{K}{2} s_0^2$ Pour 4 antennes, $I'(\theta) = \frac{K}{2} (\sum_i s_i(t, \theta)) (\sum_j s_j^*(t, \theta))$

Or, dans la direction $\theta = \frac{\pi}{2}$, les quatre ondes sont en phase. Cela signifie que tous les produits

$s_i(t, \theta) s_j^*(t, \theta)$ valent s_0^2 (si les quatre ondes ont la même amplitude s_0 !). Ainsi, $I'(\frac{\pi}{2}) = 16 I$

Il n'y a **aucune** autre direction pour laquelle il y a un maximum d'intensité. La **directivité** est excellente.

13) En régime permanent (stationnaire) et en l'absence de source de chaleur, \vec{j}_Q est à flux conservatif.

En modèle unidirectionnel, \vec{j}_Q est uniforme : $\mathcal{P} = \lambda S \frac{T_{eq} - T_h}{e} \rightarrow R_{diff} = \frac{T_{eq} - T_h}{\mathcal{P}} = \frac{e}{\lambda S} = 1,1 \cdot 10^{-3} \text{ K} \cdot \text{W}^{-1}$

De même, $R_{cr} = \frac{T_h - T_{ext}}{\mathcal{P}} = \frac{1}{\alpha S} = 7,4 \cdot 10^{-2} \text{ K} \cdot \text{W}^{-1}$ Cette résistance est **en série** avec R_{diff} (même \mathcal{P})

Le premier principe appliqué à l'homme donne $\mathcal{P}_m - \mathcal{P} - \mathcal{P}_e = 0 \rightarrow \mathcal{P}_m = \frac{T_{eq} - T_{ext}}{R_{diff} + R_{cr}} + \mathcal{P}_e = 6,3 \cdot 10^2 \text{ W}$

Malgré une intense envie de fêter ensemble leur retour sur Terre, les cosmonautes ont intérêt à garder encore un peu leur scaphandre. On note R_1 la résistance du scaphandre et R_2 la résistance associée aux 10 % de peau non recouverte : $R_1 = \frac{10 e'}{9 \lambda' S} = 0,74 K.W^{-1}$ et $R_2 = 10(R_{diff} + R_{cr}) = 0,75 K.W^{-1}$
 Ces deux résistances sont montées en parallèle : $\mathcal{P}'_m = (T_{eq} - T_{ext}) \left(\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} \right) + \mathcal{P}_e = 1,3.10^2 W$ Ouf !

14) La température de surface varie de façon **périodique**. Par développement en **série de Fourier**, l'étude se résume à une superposition de solutions harmoniques (l'équation d'onde à venir est linéaire !)
L'amplitude des variations journalières ou saisonnières est θ_0 , la **valeur moyenne** correspond à T_0 .

15) $\mu c S dz \frac{\partial T}{\partial t} = S (j_Q(z, t) - j_Q(z + dz, t)) \rightarrow \frac{\partial^2 T}{\partial z^2} - \frac{\mu c}{\lambda} \frac{\partial T}{\partial t} = 0$ L'unité de c est fausse.

16) $f''(z) - i \frac{\mu c \omega}{\lambda} f(z) = 0$ $\left[\frac{\mu c \omega}{\lambda} \right] = L^{-2} \rightarrow \frac{\mu c \omega}{2\lambda} = \frac{1}{\delta^2} \rightarrow \delta = \sqrt{\frac{2\lambda}{\mu c \omega}}$ Longueur de pénétration de l'onde

Ainsi $f(z) = A \exp\left(\frac{1+i}{\delta} z\right) + B \exp\left(-\frac{1+i}{\delta} z\right) = \theta_0 \exp\left(-\frac{1+i}{\delta} z\right)$ pour éviter la divergence en $z \rightarrow \infty$

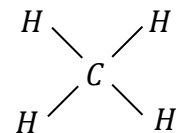
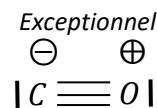
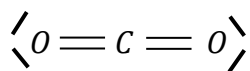
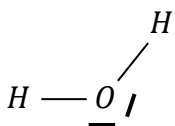
$\rightarrow T(z, t) = T_0 + \theta_0 \exp\left(-\frac{z}{\delta}\right) \cos\left(\omega t - \frac{z}{\delta}\right)$ On reconnaît une **onde plane progressive amortie**

$\delta_{an} = 1,0.10^2 m$ Cette estimation me semble beaucoup trop élevée, la faute à une donnée fantaisiste concernant λ ? Si on choisit plutôt $\lambda = 1,5 W.K^{-1}.m^{-1} \rightarrow \delta_{an} = 3,2 m$ ($\delta_{jour} = 0,17 m$)

Soit z_1 la profondeur recherchée : $40 \exp\left(-\frac{z_1}{\delta_{an}}\right) = 16 \rightarrow z_1 = 2,9 m$ (A condition que $\delta_{an} = 3,2 m$)

Après vérification, le mot "amplitude" semble correctement employé, c'est-à-dire que $\theta_0 = 40 K$!

17) $H : 1s \quad C : 1s^2 2s^2 2p^2 \quad O : 1s^2 2s^2 2p^4$



Pour une mole de méthane, $\Delta_r H_1^0 = -891 kJ.mol^{-1}$ et $\Delta_r H_2^0 = -608 kJ.mol^{-1}$

$n_{CH_4} = \frac{PV_{CH_4}}{RT} = 1,2.10^7 mol \rightarrow Q = n_{CH_4} \Delta_r H_1^0 \sim 10^{13} J$ et $V_{air} = 10V_{CH_4} = 2,7.10^6 m^3$

La réaction étant très exothermique, il est fort probable que l'eau soit à l'état de vapeur en fin de réaction. Décomposons la réaction en quatre étapes : Réaction à 27 °C sous condition stœchiométrique, échauffement des produits et du diazote jusqu'à 100 °C, vaporisation de l'eau puis échauffement des produits et du diazote jusqu'à la température finale T_f . Pour une mole de méthane, il se forme deux moles d'eau et une mole de dioxyde de carbone. Huit moles de diazote sont concernées par le réchauffement.
Enfin, l'unité de C'_p est $J.K^{-1}.mol^{-1}$ et la valeur de L_{vap} est plutôt $40,8 kJ.mol^{-1}$...

$\Delta H = 0 \rightarrow \Delta_r H_1^0 + (2C'_p + 9C'_p)(100 - 27) + 2L_{vap} + 11C'_p(T_f - 100) = 0 \rightarrow T_f \sim 3,5.10^3 °C$

Evidemment, les hypothèses présentes dans ce calcul de température de flamme ont pour conséquence une surestimation de la valeur recherchée (isenthalpique, mélange stœchiométrique ...) mais la valeur trouvée est suffisamment grande pour conclure que l'auto-inflammation des herbes sèches est possible.

18) $\mu = \left(\frac{\partial G}{\partial n}\right)_{T,P}$ ($\mu = G_{mol}$) **Le graphite** est la variété stable car son potentiel chimique est inférieur.

$$d\mu = dG_{mol} = -S_{mol}dT + V_{mol}dP \rightarrow \left(\frac{\partial \mu}{\partial P}\right)_T = V_{mol} = \frac{M}{\rho}$$

A l'équilibre, $\mu_g = \mu_d \rightarrow \mu_g^0 + \frac{M}{\rho_g}(P - P^0) = \mu_d^0 + \frac{M}{\rho_d}(P - P^0) \rightarrow P = P^0 + \frac{\rho_d \rho_g (\mu_d^0 - \mu_g^0)}{M(\rho_d - \rho_g)} = 1,4 \text{ GPa}$

Lors d'un violent impact d'un astéroïde, le graphite alors comprimé se transforme en diamant.

19) $m. a. (Ni) = 0,6808 * 58 + 0,2622 * 60 + 0,0114 * 61 + 0,0363 * 62 + 0,0093 * 64 = 58,760 \text{ u}$

20) $\rho = \frac{4M}{a^3 N_A} \rightarrow a = \sqrt[3]{\frac{4M}{\rho N_A}} = 0,35 \text{ nm} \rightarrow R(Ni) = \frac{a\sqrt{2}}{4} = 0,12 \text{ nm}$

Les sites tétraédriques sont **au centre des huit petits cubes** de côté $a/2$ constituant la maille. Les sites octaédriques sont **au milieu de chaque arête** et **au centre de la maille** : $R_{max}(o) = \frac{a}{2} - R(Ni) = 52 \text{ pm}$
Les ferronickel sont des alliages de **substitution**.

21) $\Delta_f H^0(Ni(CO)_{4(g)}) = \Delta_f H^0(Ni(CO)_{4(l)}) + \Delta_{vap} H^0 = -602 \text{ kJ} \cdot \text{mol}^{-1}$

$S^0(Ni(CO)_{4(g)}) = S^0(Ni(CO)_{4(l)}) + \frac{\Delta_{vap} H^0}{T_{vap}} = 415 \text{ J} \cdot \text{K}^{-1} \cdot \text{mol}^{-1}$

$\Delta_r G^0(T) = -158 + 0,407 T \text{ (kJ} \cdot \text{mol}^{-1})$ $T_i = 115 \text{ }^\circ\text{C}$ $K(323 \text{ K}) = 2,0 \cdot 10^4$ $K(433 \text{ K}) = 6,3 \cdot 10^{-3}$

La réaction est **exothermique** ($\alpha = \Delta_r H^0 < 0$), du point de vue de l'équilibre thermodynamique,

elle est **défavorisée** par une augmentation isobare de la température ($\frac{d \ln K}{dT} = \frac{\Delta_r H^0}{RT^2} < 0$)

C'est pour cette raison qu'il faut refroidir le four et le maintenir à $T_1 = 50 \text{ }^\circ\text{C}$ [encore une erreur d'énoncé ?]

La réaction **consomme des gaz** ($\beta = -\Delta_r S^0 > 0$), du point de vue de l'équilibre thermodynamique,

elle est **favorisée** par une augmentation isotherme de la pression ($\Delta_r G = RT \ln \left(\frac{Q}{K}\right) = RT \ln \left(\frac{P_{eq}^3}{P^3}\right) < 0$)

La chaleur évacuée est égale à $\xi |\Delta_r H^0| = \frac{m}{M} |\Delta_r H^0| = 2,7 \text{ GJ}$

$$K(323 \text{ K}) = \frac{x P / P^0}{((1-x)P)^4 / P^0^4} = \frac{x}{(1-x)^4} \sim \frac{1}{(1-x)^4} \rightarrow x = 92 \%$$

On suppose que $Ni(CO)_4$ est **gazeux** car la dernière question concerne sa fraction molaire ...

La réponse attendue utilisant la relation de Van 't Hoff sur $Ni(CO)_{4(l)} \rightleftharpoons Ni(CO)_{4(g)}$ (vaporisation endothermique donc favorisée à haute température) n'est pas suffisante car la pression a augmenté.

Il faudrait dire dans un premier temps, qu'à $160 \text{ }^\circ\text{C}$ et sous 1 bar , la formation du gaz serait favorisée puis dans un second temps, on comparerait $P_{Ni(CO)_4}$ à $P_{Ni(CO)_4}^{eq}$ ($160 \text{ }^\circ\text{C}$) afin d'obtenir le signe de $\Delta_r G$:

$$\Delta_r G = RT \ln \left(\frac{P_{Ni(CO)_4}}{P_{Ni(CO)_4}^{eq}}\right) < 0 ?? \quad \text{On suppose donc que } P_{Ni(CO)_4} < P_{Ni(CO)_4}^{eq} (160 \text{ }^\circ\text{C})$$

On reprend le calcul avec $P = 20 \text{ bar}$ et $T = 433 \text{ K}$: $\frac{x' P^0^3}{(1-x')^4 P^3} = 6,3 \cdot 10^{-3} \rightarrow \frac{x'}{(1-x')^4} = 50$

L'approximation $x' \sim 1$ est limite ! En effet, $\frac{1}{(1-x')^4} = 50 \rightarrow x' = 71 \%$

Par contre, si on tient compte de l'indication $x' = 66 \%$, on a bien $\frac{x'}{(1-x')^4} = 49$ (Largement suffisant)

Le rendement est moindre mais l'avancement maximal est atteint plus rapidement.

L'augmentation de la pression permet d'améliorer également la cinétique mais **surtout d'amortir l'impact négatif, du point de vue thermodynamique, de l'augmentation de la température.**