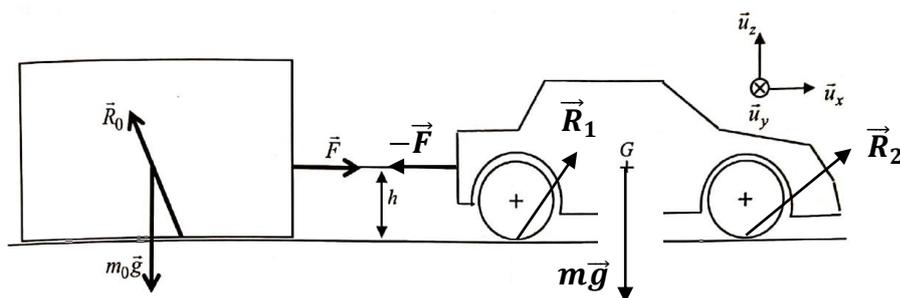


- 1) La voiture subit la force  $-\vec{F}$ , son poids  $m\vec{g}$  et les réactions  $\vec{R}_1$  et  $\vec{R}_2$ .



- 2) La vitesse du container étant constante,  $\vec{F} - T_0 \vec{u}_x + N_0 \vec{u}_z - m_0 g \vec{u}_z = \vec{0} \rightarrow \vec{F} = T_0 \vec{u}_x$  et  $N_0 = m_0 g$   
Or il y a glissement donc  $T_0 = f_0 N_0$  et finalement  $\vec{F} = f_0 m_0 g \vec{u}_x$

- 3) La somme des puissances appliquées à la voiture est nulle car sa vitesse est constante,  $\mathcal{P}_{-\vec{F}} + \mathcal{P}_m = 0$   
 $\rightarrow \mathcal{P}_m = f_0 m_0 g V = 4,5 \cdot 10^2 \text{ kW} = 6,1 \cdot 10^2 \text{ ch}$  Le choix de deux voitures est plutôt **réaliste**.

- 4) La dérivée par rapport au temps de la projection du moment cinétique d'un solide  $L_\Delta$  sur un axe fixe  $\Delta$ , est égale à la somme des projections des moments de force extérieure  $\mathcal{M}_\Delta$  projetés sur l'axe  $\Delta$ .

En définissant le moment d'inertie  $J_\Delta$  du solide autour de  $\Delta$  par  $L_\Delta = J_\Delta \omega$ , on obtient  $\frac{dL_\Delta}{dt} = J_\Delta \dot{\omega} = \sum \mathcal{M}_\Delta$

Les actions s'exerçant sur la roue arrière sont  $\vec{R}_1$  et la réaction  $\vec{R}'_1$  en provenance du reste de la voiture.  
Les actions s'exerçant sur la roue avant sont  $\vec{R}_2$  et l'ensemble "réaction  $\vec{R}'_2$  / couple  $\vec{\Gamma}$ " en provenance du reste de la voiture.

Les liaisons pivots sont **parfaites** donc les projections des moments de  $\vec{R}'_1$  et de  $\vec{R}'_2$  sur leur axe sont **nulles**.  
Pour chaque roue, la somme des moments de force projetés est nulle car  $\dot{\omega} = \mathbf{0} \rightarrow T_1 = 0$  et  $\Gamma_m = \frac{d}{2} T_2$

- 5) On applique le théorème de la résultante cinétique (hors programme) à la voiture :  $m\vec{a}(G) = \vec{0} = \sum \vec{F}_{ext}$   
Projeté sur  $\vec{u}_x$ , on obtient  $-F + T_2 = 0 \rightarrow \Gamma_m = \frac{d}{2} F = 4,5 \text{ kN.m}$

- 6) Le couple  $\Gamma_m$  est une action **intérieure** à la voiture, il est exclu du théorème.

La projection sur  $\vec{u}_z$  du théorème de la question 5 donne  $N_1 + N_2 - mg = 0$

On en déduit que  $N_1 = \frac{g}{2} \left( m + f_0 m_0 \frac{h}{b} \right)$  et  $N_2 = \frac{g}{2} \left( m - f_0 m_0 \frac{h}{b} \right)$

- 7) Il y a glissement si  $|T_i| = f|N_i| \rightarrow$  Seules les roues **avant** peuvent glisser. Un tractage sans glissement impose  $T_2 < fN_2 \Leftrightarrow f_0 m_0 g < \frac{g}{2} f \left( m - f_0 m_0 \frac{h}{b} \right) \Leftrightarrow m_0 < \frac{mf}{f_0(2+f\frac{h}{b})} = 3,2 \cdot 10^3 \text{ kg}$  Ça patine !

Peut-être que la masse des voitures a été sous-estimée ? Peut-être est-ce tout simplement une fiction !

- 8) Les rôles sont inversés,  $T_2 = 0$  et  $T_1 = F$  Dorénavant, les roues **arrière** peuvent glisser, et ce dès que  $T_1 = fN_1 \Leftrightarrow m'_{0max} = \frac{mf}{f_0(2-f\frac{h}{b})} = 4,6 \cdot 10^3 \text{ kg}$  L'opération de tractage est alors possible.

Lors d'un effort, une voiture "s'appuie" davantage sur les roues arrière. La condition de glissement sur les roues motrices apparaîtra donc plus tardivement si c'est une voiture à propulsion arrière.

9) D'après l'équation de Maxwell-Faraday,  $\frac{\partial E_i}{\partial x} = \frac{\partial B_i}{\partial t} \rightarrow \vec{B}_i = -\frac{E_0}{c} \exp(j\omega_1(t - x/c)) \vec{u}_y$   
 $\vec{E}'_i = \vec{E}_i + V \vec{u}_x \wedge \vec{B}_i = \vec{E}_i - \frac{VE_0}{c} \exp(j\omega_1(t - x/c)) \vec{u}_z = E_0 \left(1 - \frac{V}{c}\right) \exp(j\omega_1(t - x/c)) \vec{u}_z$

10) De même,  $\vec{B}_r = \vec{B}'_r = \underline{r} \frac{E_0}{c} \exp(j\omega_2(t + x/c)) \vec{u}_y$  et  $\vec{E}'_r = \underline{r} E_0 \left(1 + \frac{V}{c}\right) \exp(j\omega_2(t + x/c)) \vec{u}_z$

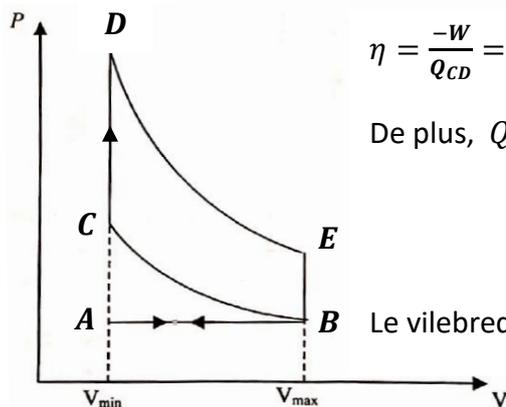
11 & 12) La relation de continuité étant vérifiée pour tout  $t$ , il faut que  $\omega_1(1 - V/c) = \omega_2(1 + V/c)$   
 $\rightarrow \frac{f_2}{f_1} = \frac{1-V/c}{1+V/c} \rightarrow \Delta f = -\frac{2V/c}{1+V/c} f_1 \sim -2 \frac{V}{c} f_1 \quad \Delta f = -5,0 \text{ kHz} \rightarrow V = 1,1 \cdot 10^2 \text{ km} \cdot \text{h}^{-1}$

13)  $\frac{2d}{c} < \frac{1}{f_r} \rightarrow d < \frac{c}{2f_r} = 300 \text{ m}$  La vitesse de  $180 \text{ km} \cdot \text{h}^{-1}$  correspondra à la fréquence  $f_D$   
la plus grande donc à la fréquence d'échantillonnage minimale la plus élevée :  $f_{smin} = 2f_{Dmax} = 16 \text{ kHz}$

Avec  $f_s = 40 \text{ kHz}$  et  $N = 256$ , la durée de l'acquisition est égale au rapport  $\frac{N}{f_s} = 6,4 \text{ ms}$ .

L'algorithme FFT ("Fast and Furious Transformation") ne pourra donner en réponse que des signaux dont la période est un sous-multiple de cette durée, c'est-à-dire des signaux dont la fréquence est un multiple de  $\frac{f_s}{N} \rightarrow \delta V = \frac{cf_s}{2Nf_1} = 3,5 \text{ km} \cdot \text{h}^{-1}$

14-17) On applique deux fois la loi de Laplace  $\rightarrow \frac{T_C}{T_B} = \frac{T_D}{T_E} = a^{\gamma-1}$



$\eta = \frac{-W}{Q_{CD}} = 1 + \frac{Q_{EB}}{Q_{CD}}$  D'après le premier principe appliqué sur le cycle.

De plus,  $Q_{CD} = \Delta U = mc_v(T_D - T_C)$  et  $Q_{EB} = \Delta U = mc_v(T_B - T_E)$

$\rightarrow \eta = 1 + \frac{T_B - T_E}{T_D - T_C} = 1 - a^{1-\gamma} = 46 \%$

Le vilebrequin effectue deux tours pendant la durée  $\tau \rightarrow \tau = \frac{2}{f_{viltb}} = 50 \text{ ms}$

18 & 19)  $\dot{m} = \dot{m}_{air} + \dot{m}_{carb}$  Sous conditions stoechiométriques, il faut  $\frac{25}{2}$  moles de  $O_2$  donc  $\frac{125}{2}$  moles d'air pour une mole de  $C_8H_8 \rightarrow (p_{co})_{air} = \frac{125}{2} \frac{M_{air}}{M_{carb}} = 16 \rightarrow \dot{m} = \dot{m}_{air} \left(1 + \frac{1}{(p_{co})_{air}}\right) \sim \dot{m}_{air}$

20 & 21)  $p_{ci} = -\frac{\Delta_r H^0}{M_{carb}} = 4,4 \cdot 10^4 \text{ kJ} \cdot \text{kg}^{-1}$   $\dot{m}(h_s + e_{cs} + e_{ps} - h_e + e_{ce} + e_{pe}) = \mathcal{P}_{th} + \mathcal{P}_u$

22)  $\dot{m}_p(T_{ec} - T_{ad}) = \mathcal{P}_{th} + \mathcal{P}_u = \dot{m}_{carb} p_{ci} + \mathcal{P}_u$

23) Le fluide met en mouvement les pièces mécaniques  $\rightarrow \mathcal{P}_u < 0 \rightarrow \mathcal{P}_m > 0$

24 & 25)  $\mathcal{P}_m = \dot{m}_{carb} p_{ci} - \dot{m}_p(T_{ec} - T_{ad})$

Or  $\dot{m}_{carb} = \frac{\dot{m}_{air}}{(p_{co})_{air}} \sim \frac{\dot{m}}{(p_{co})_{air}} \rightarrow \mathcal{P}_m = \dot{m} \left[ \frac{p_{ci}}{(p_{co})_{air}} - c_p(T_{ec} - T_{ad}) \right]$  Avec  $\dot{m} = \frac{\rho_{ad} C}{\tau} = \frac{1}{2} f_{viltb} \rho_{ad} C$

26)  $\rho_{ad} = \frac{M_{air} P_0}{RT_0} = 1,2 \text{ kg} \cdot \text{m}^{-3} \rightarrow \dot{m} = 48 \text{ g} \cdot \text{s}^{-1} \rightarrow \dot{n}_{air} = 1,7 \text{ mol} \cdot \text{s}^{-1}$

$\mathcal{P}_m^{atmo} = 80 \text{ kW} = 1,1 \cdot 10^2 \text{ ch}$

**27)** L'augmentation du débit molaire en air s'explique par la **compression en amont de l'admission**.

Le débit massique **plus élevé** permet l'obtention d'une puissance motrice supérieure.

La turbine exploite une partie de l'énergie disponible dans les gaz d'échappement **en entraînant**

le compresseur, organe **consommateur** d'énergie. Ainsi la puissance augmente sans apport énergétique !

**28 & 29)**  $2 N_2O \rightarrow 2 N_2 + O_2$  Le pourcentage molaire en  $O_2$  est de **33 % > 20 %**, d'où l'intérêt !

**30 & 31)** Sous conditions stoechiométriques, il faut  $\frac{25}{2}$  moles de  $O_2$  donc 25 moles de  $N_2O$  pour une mole de  $C_8H_8 \rightarrow (pco)_{N_2O} = 25 \frac{M_{N_2O}}{M_{carb}} = 9,6 \rightarrow \mathcal{P}_m^{full\ nitro} = 9,4 \cdot 10^2 \text{ ch}$

**32)**  $\mathcal{P}_m^{boost} = 3,4 \cdot 10^2 + 0,4 * 3,4 \cdot 10^2 = 4,8 \cdot 10^2 \text{ ch}$

**33)** Les deux bouteilles contiennent 332 moles de  $N_2O \rightarrow \Delta t = 11 \text{ mn}$

**34)** La forme (coudée) sans charge  $\overline{O} = \overline{N} - \overline{N}$  ne vérifie pas la règle de l'octet.

Deux autres formes (linéaires) avec charges existent :  $\overline{O} = N^{\oplus} = \overline{N}^{\ominus}$  et  $|\overline{O}^{\ominus} - N^{\oplus} \equiv N|$

La dernière est plus probable car l'oxygène est plus électronégatif que l'azote. La molécule  $N_2O$  est **polaire**.

**35)**  $\Delta_r H^0 = 2(-285,1 + 40,8) + 82,05 - (-365,6 + 5,86) = -46,8 \text{ kJ} \cdot \text{mol}^{-1}$

D'après la loi de Van 't Hoff  $\left(\frac{d \ln K}{dT} = \frac{\Delta_r H^0}{RT^2}\right)$ , la réaction est favorisée à **basse** température.

$$S^0(NH_4NO_3) = 151,1 + \frac{5,86 \cdot 10^3}{443} = 164 \text{ J} \cdot \text{K}^{-1} \cdot \text{mol}^{-1}$$

$$\Delta_r S^0 = 414 \text{ J} \cdot \text{K}^{-1} \cdot \text{mol}^{-1}$$

$$S^0(H_2O_g) = 69,91 + \frac{40,8 \cdot 10^3}{373} = 179 \text{ J} \cdot \text{K}^{-1} \cdot \text{mol}^{-1}$$

La réaction **forme du gaz** donc  $\Delta_r S^0 > 0$

$$\Delta_r G^0(T) = -46,8 \cdot 10^3 - 414 T \text{ (J} \cdot \text{mol}^{-1}) \quad K(T) = \exp\left(-\frac{\Delta_r G^0(T)}{RT}\right) \rightarrow K(520 \text{ K}) = 2,2 \cdot 10^{26}$$

A cette température, la réaction **très avancée** peut être assimilée à une réaction **totale**.

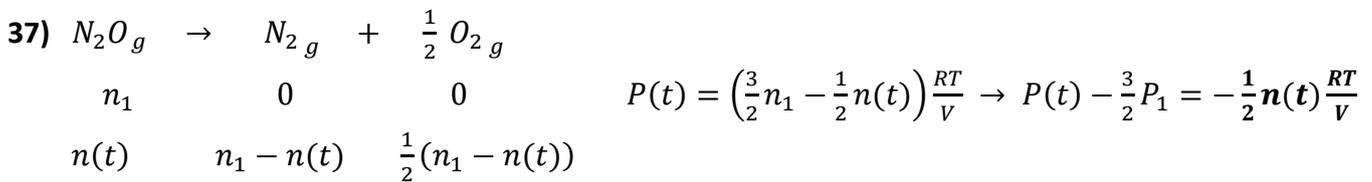
**36)**  $\Delta_r G = RT \ln\left(\frac{Q_r}{K}\right)$  Avec  $Q_r = a^2(H_2O_g) a(N_2O_g)$  et  $K = a_{\text{éq}}^2(H_2O_g) a_{\text{éq}}(N_2O_g)$

A volume constant, on privilégie les écritures  $Q_r = \frac{n^2(H_2O_g) n(N_2O_g) (RT)^3}{V^3 p_0^3}$  et  $K = \frac{n_{\text{éq}}^2(H_2O_g) n_{\text{éq}}(N_2O_g) (RT)^3}{V^3 p_0^3}$

Ainsi  $\Delta_r G = RT \ln\left(\frac{n^2(H_2O_g)}{n_{\text{éq}}^2(H_2O_g)}\right) > 0 \rightarrow$  L'équilibre se déplace dans le sens **indirect** (consommation d'eau)

A pression constante, on privilégie les écritures  $Q_r = \frac{n^2(H_2O_g) n(N_2O_g) P^3}{(n_{\text{gaz}})^3 p_0^3}$  et  $K = \frac{n_{\text{éq}}^2(H_2O_g) n_{\text{éq}}(N_2O_g) P^3}{(n_{\text{éq}}^{\text{gaz}})^3 p_0^3}$

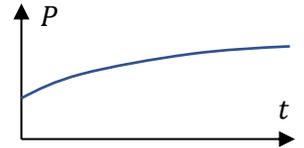
Ainsi  $\Delta_r G = RT \ln\left(\frac{n_{\text{éq}}^{\text{gaz}}}{n^{\text{gaz}}}\right)^3 < 0 \rightarrow$  L'équilibre se déplace dans le sens **direct** (formation de gaz)



38-40)  $v = \frac{2}{RT} \frac{dP}{dt} = k \frac{n(t)}{V} = -\frac{2k}{RT} \left(P(t) - \frac{3}{2}P_1\right) \rightarrow \frac{dP}{dt} + kP = \frac{3}{2}kP_1 \rightarrow P(t) = \frac{1}{2}P_1(3 - e^{-kt})$

L'allure du graphe est représentée ci-contre, la pression évolue de  $P_1$  à  $\frac{3}{2}P_1$

La pente de la tangente à la courbe en  $t = 0$  est  $\frac{k}{2}P_1$



41 & 42)  $\ln\left(3 - 2\frac{P(t)}{P_1}\right) = -kt \rightarrow k(873 K) = 1,1 \cdot 10^{-2} s^{-1} \rightarrow t_{1/2}(873 K) = 62 s$

43 & 44) La loi d'Arrhenius stipule  $\frac{d \ln k}{dT} = \frac{\epsilon_a}{RT^2} \rightarrow \ln k(1200 K) = \ln k(873 K) - \frac{\epsilon_a}{R} \left(\frac{1}{1200} - \frac{1}{873}\right) = 6,0$   
 $\rightarrow k(1200 K) = 4,1 \cdot 10^2 s^{-1} \rightarrow t_{1/2}(1200 K) = 1,7 ms$  La décomposition totale du protoxyde d'azote est **possible** durant l'étape de compression. Les kits nitro **remplissent leur rôle** d'apport en  $O_2$ .

45) La fonction d'onde d'un état stationnaire s'écrit  $\Psi(x, t) = \varphi(x) e^{-\frac{\epsilon t}{\hbar}}$

Ainsi  $\frac{d^2\varphi}{dx^2} + \frac{2m}{\hbar^2}(\epsilon - V(x))\varphi(x) = 0$  Pour  $0 \leq x \leq a$ , on a  $\frac{d^2\varphi}{dx^2} + \frac{2m\epsilon}{\hbar^2}\varphi(x) = 0$  avec  $\varphi(0) = \varphi(a) = 0$

La solution générale est  $\varphi_n(x) = \Psi_{0n} \sin\left(\frac{n\pi x}{a}\right)$  avec  $\epsilon_n = \frac{n^2\hbar^2}{8ma^2}$  ( $n \in \mathbb{N}^*$ )

46)  $\epsilon_1 = \frac{\hbar^2}{8ma^2}$  et  $\epsilon_2 = \frac{\hbar^2}{2ma^2}$   $\epsilon'_1 = 2^{-2/3}\epsilon_1 = 0,586 eV$  et  $\epsilon'_2 = 2^{-2/3}\epsilon_2 = 2,36 eV$

47) La longueur d'onde de la lumière absorbée correspondant à la transition  $\epsilon'_1 \rightarrow \epsilon'_2$  est  $\lambda' = \frac{hc}{\epsilon'_2 - \epsilon'_1}$

Numériquement, on obtient  $\lambda' = 701 nm \rightarrow$  Le cristal modifié apparaît **vert** (émeraude ...)

Sans le traitement thermique,  $\lambda = 2^{-2/3}\lambda' = 443 nm \rightarrow$  Le cristal initial apparaissait jaune