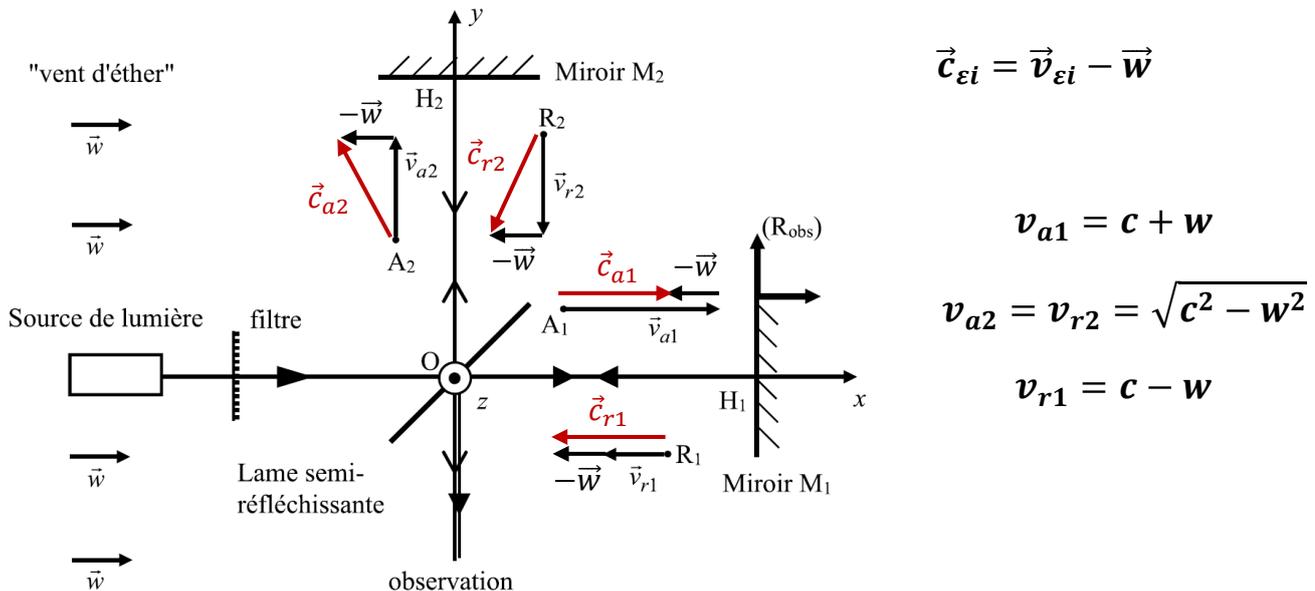


1) La composition des vitesses $\vec{v}_{R\text{ obs}} = \vec{v}_{R\text{ eth}} + \vec{v}_{R\text{ eth}/R\text{ obs}}^e$ s'écrit ici $\vec{v}_{ei} = \vec{c}_{ei} + \vec{w}$



$$2) \tau(\alpha) = \frac{2L}{\sqrt{c^2 - w^2}} - \frac{L}{c+w} - \frac{L}{c-w} = \frac{L}{c} \left(2 \left(1 - \frac{w^2}{c^2} \right)^{-\frac{1}{2}} - \left(1 + \frac{w}{c} \right)^{-1} - \left(1 - \frac{w}{c} \right)^{-1} \right)$$

$$= \frac{L}{c} \left(2 \left(1 + \frac{w^2}{2c^2} \right) - \left(1 - \frac{w}{c} + \frac{w^2}{c^2} \right) - \left(1 + \frac{w}{c} + \frac{w^2}{c^2} \right) \right) \sim -\frac{Lw^2}{c^3} \quad \text{Attention à l'erreur d'énoncé}$$

Chemin optique = Distance que parcourrait la lumière dans le vide $\rightarrow p(\alpha) = \frac{c\tau(\alpha)}{\lambda} = \nu\tau(\alpha) = -\frac{\nu L}{c} \left(\frac{w}{c} \right)^2$

$$3 \ \& \ 4) \tau_2(\beta) = \tau_1(\alpha) \ \text{Et} \ \tau_1(\beta) = \tau_2(\alpha) \ \text{donc} \ \tau(\beta) = \frac{Lw^2}{c^3} \rightarrow p(\beta) = \frac{\nu L}{c} \left(\frac{w}{c} \right)^2 \rightarrow \Delta p = \frac{2\nu L}{c} \left(\frac{w}{c} \right)^2$$

5) Les franges rectilignes **se traduisent de $i\Delta p$** (L'interfrange est constant)

6) Le référentiel héliocentrique est centré **au centre de masse du Soleil** et ses axes sont parallèles à ceux du référentiel de Copernic, c'est-à-dire dirigés vers **3 étoiles très éloignées**. Les lois de Kepler stipulent : Les planètes du système solaire décrivent des trajectoires **elliptiques**, dont le Soleil occupe **l'un des foyers**. Le segment SP (centre de masse du Soleil – centre de masse de la planète) balaie pendant une durée Δt **une aire proportionnelle à Δt (Loi des aires)**.

Le carré de la période de révolution T d'une planète est proportionnel au cube du demi-grand axe a de l'ellipse décrite par la planète : $\frac{T^2}{a^3} = \frac{4\pi^2}{G(M_S + M_P)} \sim \frac{4\pi^2}{GM_S}$

La vitesse w correspond à la vitesse à peu près constante du centre de masse de la Terre dans le référentiel héliocentrique : $w \sim \frac{2\pi a}{T} = \sqrt[3]{\frac{2\pi GM_S}{T}} = 29,8 \text{ km.s}^{-1}$ L'ordre de grandeur est vérifié.

7) $\Delta p = 0,34$ C'est une bonne valeur, bien supérieure à 1 % .

8) $w_{min} = 5,1 \text{ km} \cdot \text{s}^{-1}$ On pourrait remettre en cause l'hypothèse formulée la question 6, à savoir **le choix du référentiel dans lequel l'éther est immobile**. Peut-être est-ce le référentiel de Copernic ou celui centré au centre de l'univers ? La vitesse w serait vraisemblablement plus grande ... échec ! Pourquoi serait-ce l'héliocentrique et non pas le géocentrique ? Evidemment ce serait une erreur, grand nombre d'expériences ont prouvé le déplacement absolu de la Terre. Mais l'interprétation dans laquelle la Terre serait le "centre" du Monde a encore ses adeptes (Courants de pensées géocentriques). L'influence de la rotation propre de la Terre est dérisoire ($\sim 0,3 \text{ km} \cdot \text{s}^{-1}$), elle n'intervient pas. Quant aux mesures tous les mois, les physiciens espéraient mettre à profit **les variations de la vitesse w ...**

$$9-11) \vec{F} = q(\vec{E} + \vec{v} \wedge \vec{B}) \quad \vec{v}' = \vec{v} - \vec{V}_e \quad \vec{E} + \vec{v} \wedge \vec{B} = \vec{E}' - \vec{V}_e \wedge \vec{B}' + \vec{v} \wedge \vec{B}'$$

En identifiant les **termes indépendants de \vec{v}** et ceux proportionnels à \vec{v} , on valide la compatibilité.

12) Dans \mathcal{R}' , les charges sont **fixes, il n'y a pas de courant** : $\vec{B}' = \vec{B} = \vec{0}$

13) La distribution est invariante par translation suivant \vec{e}_z et par rotation suivant $\theta \rightarrow \mathbf{E}'(\mathbf{r})$

Les plans $(M, \vec{e}_r, \vec{e}_z)$ et $(M, \vec{e}_r, \vec{e}_\theta)$ sont des plans de symétrie pour la distribution donc des plans de symétrie pour $\vec{E}' \rightarrow \vec{E}' = \mathbf{E}'(\mathbf{r})\vec{e}_r$ On choisit comme surface de Gauss un cylindre de rayon r :

$$2\pi r h E'(r) = \frac{\lambda_f h}{\epsilon_0} \rightarrow \mathbf{E}'(\mathbf{r}) = \frac{\lambda_f}{2\pi\epsilon_0 r} \quad \text{Et } \vec{E} = \vec{E}'$$

$$14) I = j\pi a^2 = \rho_f V_e \pi a^2 = \lambda_f V_e$$

La distribution est invariante par translation suivant \vec{e}_z et par rotation suivant $\theta \rightarrow \mathbf{B}(\mathbf{r})$

Le plan $(M, \vec{e}_r, \vec{e}_z)$ est un plan de symétrie pour la distribution donc un plan d'antisymétrie pour $\vec{B} \rightarrow \vec{B} = \mathbf{B}(\mathbf{r})\vec{e}_\theta$ On choisit comme contour d'Ampère un cercle de rayon r :

$$2\pi r B(r) = \mu_0 \lambda_f V_e \rightarrow \mathbf{B}(\mathbf{r}) = \frac{\mu_0 \lambda_f V_e}{2\pi r}$$

C'est contradictoire avec la réponse à la question 12, il semblerait que la transformation classique des champs soit fautive, **même à faible vitesse V_e** .

$$15) E_{\parallel} = E'_{\parallel} = 0 \quad B_{\parallel} = B'_{\parallel} = 0 \quad \vec{E} = \frac{\gamma \lambda_f}{2\pi\epsilon_0 r} \vec{e}_r \quad \vec{B} = \gamma \frac{V_e}{c^2} \vec{e}_z \wedge \frac{\lambda_f}{2\pi\epsilon_0 r} \vec{e}_r = \frac{\mu_0 \gamma \lambda_f V_e}{2\pi r} \vec{e}_\theta$$

16) Dans cette dernière expression, on reconnaît le champ magnétique créé par un courant " $\gamma \lambda_f V_e$ " donc la densité linéique de charge vue par un observateur de \mathcal{R} est $\lambda = \gamma \lambda_f > \lambda_f$ ce qui correspond (à charge constante) à **une contraction** des longueurs.

[D'après les formules données de la transformation relativiste des champs, la transformation des champs à faible vitesse ($\gamma \sim 1$) est $\vec{E} = \vec{E}' - \vec{V}_e \wedge \vec{B}'$ (comme en théorie classique) et $\vec{B} = \vec{B}' + \frac{\vec{V}_e}{c^2} \wedge \vec{E}'$ (nouveau)]

17) Le référentiel géocentrique est centré **au centre de masse de la Terre** et ses axes sont parallèles à ceux du référentiel de Copernic. Le mouvement de la Terre dans ce référentiel est une **rotation** : $\Omega_T = \frac{2\pi}{T_j}$

18) Le vent d'éther souffle **d'Est en Ouest** suivant un parallèle. $w(\varphi) = R_T \cos \varphi \Omega_T$

19) D'après la réponse à la question 1 ($\vec{v} = \vec{c} + \vec{w}$), $v_1(\varphi) = c - w(\varphi)$ et $v_1(\varphi + \Delta\varphi) = c + w(\varphi + \Delta\varphi)$

On en déduit l'expression de $\tau_1 = \tau_0 + X \left(\frac{1}{c - w(\varphi)} + \frac{1}{c + w(\varphi + \Delta\varphi)} \right) \sim \tau_0 + \frac{X}{c} \left(2 + \frac{w(\varphi)}{c} - \frac{w(\varphi + \Delta\varphi)}{c} \right)$

Puis, grâce au développement $w(\varphi + \Delta\varphi) \sim w(\varphi) - R_T \sin \varphi \Omega_T \Delta\varphi \rightarrow \tau_1 = \tau_0 + \frac{2X}{c} + \frac{\Omega_T X}{c^2} R_T \sin \varphi \Delta\varphi$

A l'opposé, $v_2(\varphi) = c + w(\varphi)$ et $v_2(\varphi + \Delta\varphi) = c - w(\varphi + \Delta\varphi) \rightarrow \tau_2 = \tau_0 + X \left(\frac{1}{c + w(\varphi)} + \frac{1}{c - w(\varphi + \Delta\varphi)} \right)$

20-23) Avec la même interprétation du chemin optique (distance que parcourrait la lumière dans le vide)

on obtient $\Delta\Phi = \frac{2\pi c(\tau_1 - \tau_2)}{\lambda_0} = \frac{4\pi X \Omega_n}{\lambda_0 c} R_T \Delta\varphi = \frac{4\pi X \Omega_n}{\lambda_0 c} Y = \frac{4\pi S \Omega_n}{\lambda_0 c} \rightarrow p = \frac{2S \Omega_n}{\lambda_0 c} = \mathbf{0, 13}$

La difficulté dans le cas de la Terre est que celle-ci n'est jamais immobile. On ne peut pas observer de décalage s'il n'y a qu'une figure d'interférences ! Le rôle du petit rectangle est de créer un autre système de franges pour lequel l'effet Sagnac serait négligeable ($Aire AEFD \ll S$).

Ainsi, la confrontation des deux figures permettrait d'interpréter **p comme étant un $\Delta p = 0, 13$**

24) $S_{tot} = \pi r^2 N_t$ et $L = 2\pi r N_t \rightarrow \Delta\Phi_s = \frac{8\pi S_{tot} \Omega}{c \lambda_0}$

25) L'intensité des deux ondes qui interfèrent est $\frac{I_0}{4} \rightarrow I(\Delta\Phi_s) = \frac{I_0}{2} (1 + \cos \Delta\Phi_s)$

26) La **parité** du cosinus **ne permet pas** de discriminer le sens de rotation ; $\kappa = \frac{4\pi S_{tot}}{c \lambda_0} \sin \Delta\Phi_s \sim \frac{32\pi^2 S_{tot}^2 \Omega}{c^2 \lambda_0^2}$

A Ω donné, on peut **augmenter** S_{tot} (le nombre de tours et/ou le rayon) ou diminuer λ_0

A S_{tot} fixée et à Ω faible, la sensibilité sera modeste à cause de la limite de l'**optique** ($\lambda_0 > 400 \text{ nm}$)

27) En effet, $\cos(2\pi f_m t) - \cos(2\pi f_m (t - \tau_r)) = \cos(2\pi f_m t) - \cos(2\pi f_m t - 2\pi f_m \tau_r)$

Si $f_m \tau_r$ est un demi-entier, c'est-à-dire si **f_m est un multiple impair de f_p** , on a alors :

$\cos(2\pi f_m t - 2\pi f_m \tau_r) = -\cos(2\pi f_m t)$ Cela entraîne **$\Phi_{eff} = 2\Phi_0$**

28) Il suffit d'appliquer la formule " $\cos(a + b) = \cos a \cos b - \sin a \sin b$ "

29) $\cos(\Phi_{eff} \cos(2\pi f_m t)) = J_0(\Phi_{eff}) - 2J_2(\Phi_{eff}) \cos(4\pi f_m t) + \dots$

Et $\sin(\Phi_{eff} \cos(2\pi f_m t)) = 2J_1(\Phi_{eff}) \cos(2\pi f_m t) + \dots$ On en déduit que

$i_0 = \frac{I_0}{2} [1 + J_0(\Phi_{eff}) \cos \Delta\Phi_s]$ $i_1 = -I_0 J_1(\Phi_{eff}) \sin \Delta\Phi_s$ $i_2 = -I_0 J_2(\Phi_{eff}) \cos \Delta\Phi_s$

30) Le terme i_1 est **nul** en l'absence de rotation.

Le caractère **impair** de $\sin \Delta\Phi_s$ permet de discriminer le sens de rotation.

Si on s'intéresse à la sensibilité $\kappa_1 = \frac{1}{I_0 J_1(\Phi_{eff})} \left| \frac{di_1}{d\Omega} \right|$, on obtient **$\kappa_1 = \frac{8\pi S_{tot}}{c \lambda_0} \cos \Delta\Phi_s \gg \kappa$** car $\Delta\Phi_s \ll 1$

31) $p_0 = p_2 = \frac{KK_p s_0}{2} i_1$ $p_1 = \frac{KK_p s_0}{2} (2i_0 + i_2)$ $p_3 = \frac{KK_p s_0}{2} i_2$

32) L'information est contenue dans la valeur **moyenne** p_0 (proportionnelle à i_1).

Le filtre passe-bas de pulsation de coupure $1/\tau$ permettra d'isoler ce terme si $\tau \gg \frac{1}{2\pi f_m} = 5,3 \cdot 10^{-6} \text{ s}$

On peut choisir $R = 100 \text{ k}\Omega$ et $C = 0,1 \mu\text{F} \rightarrow \tau = 10^{-2} \text{ s}$

33) On reconnaît bien $u = p_0$ avec $J_1(\Phi_{eff}) = 0,58 \rightarrow \Delta\Phi_s = 0,54 \text{ rad}$ $\Omega = 8,5 \cdot 10^{-3} \text{ rad.s}^{-1}$

34) $Ri(t) + u(t) = p(t) \Leftrightarrow \frac{du}{dt} = \frac{p(t) - u(t)}{\tau} \rightarrow u_{n+1} - u_n = \Psi_n$

35) $\Psi_n = hf(p(t_n), u(t_n))$ D'où $u_{n+1} = \left(1 - \frac{h}{\tau}\right)u_n + \frac{h}{\tau}p_n$ (*) Méthode d'Euler

36) $\Psi_n = \frac{h}{2} \left(f(p(t_n), u(t_n)) + f(p(t_{n+1}), u(t_{n+1})) \right)$ On utilise l'expression (*) pour évaluer $u(t_{n+1}) \rightarrow$

$u(t_{n+1}) = \left(1 - \frac{h}{\tau}\right)u(t_n) + \frac{h}{\tau}p(t_n) = u(t_n) + \frac{h}{\tau}(p(t_n) - u(t_n))$ que l'on reporte dans $\Psi_n \rightarrow$

$u_{n+1} = u_n + \Psi_n = u_n + \frac{h}{2\tau} \left(p_n - u_n + p_{n+1} - \left(u_n + \frac{h}{\tau}(p_n - u_n) \right) \right)$ qui est le résultat demandé.

37) Ligne 34 : **return (x - y)/tau**

Lignes 46 & 47 : **for n in range(N)**

Ligne 50 : **P = [p(t) for t in T]**

T.append(ti + n * h)

Lignes 56-58 : **for n in range(1, N)**

U.append(U[n - 1] + h * f(P[n - 1], U[n - 1]))

return U

Lignes 68-71 : **for n in range(1, N)**

r = f(P[n - 1], U[n - 1])

U.append(U[n - 1] + h/2 * (r + f(P[n], U[n - 1] + r * h)))

return U

38) Plus τ est grand, moins $u(t)$ oscille autour de p_0 , la valeur moyenne de $p(t) \rightarrow (1, c) (2, b) (3, a)$

Cette valeur moyenne p_0 est proportionnelle à i_1 donc à $-J_1(\Phi_{eff}) \rightarrow (4, e) (5, d)$

La valeur $\Phi_{eff} = 3,8 \text{ rad}$ est déconseillée car alors $J_1(\Phi_{eff}) = 0 \rightarrow i_1 = 0$

Une grande valeur de τ est conseillée pour la qualité du filtrage mais le régime transitoire disparaît alors **trop lentement**.

Sur le graphe d , la valeur moyenne de $u(t)$ vaut environ 1 V au lieu de $-1,5 \text{ V}$.

Avec toujours $J_1(\Phi_{eff}) = 0,58$, on obtiendrait $\sin(\Delta\Phi_s^{faux}) = -\frac{1}{1,5} \sin(\Delta\Phi_s) \rightarrow \Delta\Phi_s^{faux} = -0,35 \text{ rad}$

Ce qui conduirait à une erreur d'évaluation de Ω et d'appréciation du sens de rotation.